



دین دوره یک علمی بین المللی پایا

فصل ۱ آموزش مفهومی عدد و الگوهای عددی

مفهوم عدد و شمردن بدون شک یکی از اولین مفاهیمی است که انسان با آن سر و کار داشته است. مثلاً در زمان‌های دور رئیس هر قبیله‌ای به ناچار برای شمردن افراد قبیله و یا برای اطلاع از کم و زیاد شدن افراد یا حیوانات از شمارش استفاده می‌کرده است.

انسان‌ها برای شمردن از وسایل مختلف استفاده می‌کردند. مثلاً برای شمارش تعداد کم از انگشتان دست و یا برای شمردن از وسایل چوب خط بروی دیوار غارها و زدن گره‌هایی بر یک نخ استفاده می‌کردند و بعدها با بهتر شدن کار نوشتن، از علائم مختلف برای نمایش اعداد استفاده می‌کردند.

مصری‌ها برای نشان دادن اعداد زیر ده از خط‌های عمودی «ا» و برای نشان دادن عدد ده از علامت «n» استفاده می‌کردند و عدد ۱۵ را به صورت |||||n نشان می‌دادند.

بابلیان از «v» برای اعداد زیر ده و از «<>» برای نمایش عدد «>» استفاده می‌کردند و عدد ۱۵ را به صورت v<>v<>v<> نشان می‌دهند.

پس از گذشتن زمان‌های زیاد و ارتباط مردم دنیا با یکدیگر از نمادهای خاصی برای نشان اعداد در سرتاسر دنیا استفاده می‌شود و نیز برای شمارش شفاهی از کلمات مختلفی استفاده می‌شود به عنوان مثال برای عدد ۲ از کلمات مختلفی استفاده می‌کنیم. مثل یک جفت کبک یا یک جفت کفش.

International Scientific League of PAYA2017

بزرگترین رقابت علمی گروهی کشور و پنجمین دوره مسابقات دانش آموزی جهان اسلام در ایران

از پایه ششم ابتدایی تا دهم رشته‌های علوم پایه، علوم ریاضی، علوم تجربی، علوم انسانی، علوم کامپیوتر- برنامه نویسی و پژوهشی

تلفن: ۰۳۱-۶۶۱۲۸۰۳۱ - ۰۳۵-۶۶۱۲۸۰۳۵ - ۰۲۸۴-۶۶۱۲۹۲۸۴

www.Payaleague.ir
Telegram.me/payaleague



در حال حاضر و تا همیشه !!! برای شمارش از اعداد زیر استفاده می‌کنیم.

۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ...

به مجموعه این اعداد، اعداد طبیعی می‌گوئیم.

اعداد زوج و فرد

فرض کنید شما مسئول مرتب کردن کفش‌های خانواده، درون جاکفشی هستید. برای مرتب کردن کفش‌های به هم ریخته هر لنگه یا هر عدد کفش را با لنگه متناسب خودش به اصطلاح جفت می‌کنیم و در واقع آن‌ها را به دسته‌های دوتائی تقسیم می‌کنیم.

با مرتب کردن کفش‌ها به دسته‌های دوتائی، هیچ لنگه کفشی باقی نمی‌ماند. پس می‌گوئیم تعداد کفش‌ها عددی زوج است.

هر گاه بتوانیم اشیائی را به دسته‌های دوتائی تقسیم کنیم و هیچ شیی باقی نماند می‌گوئیم کفش‌ها عددی زوج است. هر گاه بتوانیم اشیائی را به دسته‌های دوتائی تقسیم کنیم و هیچ شیی باقی نماند می‌گوئیم تعداد اشیاء عددی زوج است. در واقع عدد زوج عددی است که بر ۲ بخش‌پذیر باشد. مانند ۵ و ۲ و ۴ و ۶ و ... و به مجموعه اعداد ... و ۱۲ و ۱۰ و ۸ و ۶ و ۴ و ۲ و ۰ اعداد زوج می‌گوئیم.

مضرب یک عدد

مضرب یک عدد مشخص، عددی است که باقیمانده آن بر عدد مشخص صفر باشد.

اعداد زوج همگی مضرب عدد ۲ هستند.

در حالت کلی اعداد زوج اعدادی هستند که رقم یکسان آنها یکی از ۸ و ۶ و ۴ و ۲ و ۰ باشد.

مثال: عدد ۳۵۷۱۳۹۲ عددی زوج است.

حال سوال اینجاست که تکلیف اعدادی که زوج نباشد چیست؟

اگر عددی بر ۲ بخش‌پذیر نباشد و باقیمانده آن بر ۲، عدد یک باشد به آن عدد فرد می‌گوئیم.

به مجموعه اعداد ... و ۱۳ و ۱۱ و ۹ و ۷ و ۵ و ۳ و ۱ مجموعه اعداد فرد می‌گوئیم.

الگوی عددی

همانطور که می‌دانید هر انسان دارای ۲ پا است. رابطه بین انسان‌ها و پاهای آنها را می‌توانیم به صورت زیر نشان دهیم.

انسان	۱	۲	۳	۴	...
تعداد پا	۲	۴	۶	۸	...
رابطه بین انسان و تعداد پا	2×1	2×2	2×3	2×4	...

می‌توانیم از هر علامتی برای نشان دادن رابطه آن استفاده کنیم.

مثلاً اگر بخواهیم مانند انسان‌های اولیه این رابطه را بنویسیم، داریم:

$$\text{stick figure} = 2 \times \text{foot}$$

یا اگر برای انسان علامت \bigcirc و برای پا علامت \square را در نظر بگیریم، داریم:

$$\square 94 = 2 \times \bigcirc$$

مثال: ۹۴ پا برای چند انسان است؟

حل:

$$\square 94 = 2 \times \bigcirc \Rightarrow \bigcirc = 47$$

مثال: ۱۷ انسان روی هم چند پا دارند؟

حل:

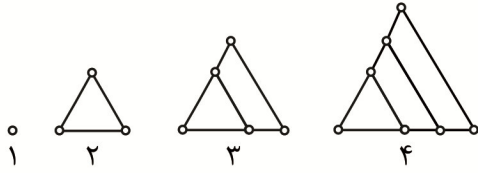
$$\square = 2 \times (\bigcirc 17) \Rightarrow \bigcirc = 34$$

با توجه به مطالب بالا، اعداد زوج را می‌توانیم به صورت زیر نشان دهیم.

اعداد طبیعی	۱	۲	۳	...	۱۰۰	...	۲۰۰۰	...
اعداد زوج	۲	۴	۶	...	۲۰۰	...	۴۰۰۰	...
رابطه بین اعداد طبیعی و زوج	2×1	2×2	2×3	...	2×100	...	2×2000	...

مثال: الگویی برای نمایش اعداد فرد بیابید و رابطه آن را بنویسید.

حل:



اگر شماره‌ها را با Δ و تعداد دایره‌ها را با \bigcirc نشان دهیم رابطه آنها را می‌توانیم به صورت زیر بنویسیم.

$$\bigcirc = 2 \times \Delta - 1$$

اعداد فرد را می‌توانیم به صورت جدول زیر نشان دهیم.

اعداد طبیعی	۱	۲	...	۵۰۰	...	۴۰۰۰	...
اعداد فرد	۱	۳	...	۹۹۹	...	۷۹۹۹	...
رابطه بین اعداد طبیعی و فرد	$2 \times 1 - 1$	$2 \times 2 - 1$...	$2 \times 500 - 1$...	$2 \times 4000 - 1$...

مضرب‌های عدد ۵

پای هر انسان ۵ انگشت دارد. پس ۲ پا روی هم ۱۰ انگشت یا 5×2 انگشت دارند. ۳ پا $5 \times 3 = 15$ انگشت دارند و به همین

ترتیب ادامه دارد. رابطه بین پا و تعداد انگشتان را می‌توان به صورت زیر نشان داد.

	۱	۲	۳	...	۲۵۰	...
	۵	۱۰	۱۵	...	۱۲۵۰	...
رابطه بین تعداد پا و تعداد انگشتان	5×1	5×2	5×3	...	5×250	...

به اعداد ۵ و ۱۰ و ۱۵ و ... که از ضرب اعداد طبیعی در عدد ۵ به دست آمده‌اند، مضرب‌های عدد ۵ می‌گوئیم.

در حالت کلی اعدادی که رقم یکان آنها ۰ یا ۵ باشند مضرب عدد ۵ می‌باشند و اصطلاحاً بر ۵ بخش پذیر هستند.

مثال: مضرب‌های اول و ششم عدد ۵ را بنویسید.

حل:

$$5 \times 1 = 5$$

اولین مضرب هر عدد خود عدد است.

$$5 \times 6 = 30$$

نکته: برای به دست آوردن ضرب‌های هر عدد، کافی است آن را در اعداد طبیعی ضرب کنیم.

مثال: ضرب‌های عدد ۳ کمتر از ۲۰ را بنویسید.

$$\begin{array}{cccccc} 3 \times 1 & 3 \times 2 & 3 \times 3 & 3 \times 4 & 3 \times 5 & 3 \times 6 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 3 & 6 & 9 & 12 & 15 & 18 \end{array}$$

عدد بعدی $3 \times 7 = 21$ می‌باشد که از ۲۰ بزرگتر است.

عدد نویسی

در سال‌های گذشته، با جدول ارزش مکانی و نوشتن و خواندن اعداد به کمک آنها آشنا شده‌اید.

میلیارد			میلیون			هزار			طبقه		
صدگان	دهگان	یکان	صدگان	دهگان	یکان	صدگان	دهگان	یکان	صدگان	دهگان	یکان

عدد ۴ را در نظر بگیرید و آن را در خانه‌های مختلف جدول بالا قرار دهید. با تغییر جای عدد ۴ یا همان تغییر ارزش مکانی عدد، یک عدد متفاوت به دست می‌آید. مثلاً عدد ۴ در خانه یکان هزار ۴۰۰۰ و در خانه یکان میلیون ۴۰۰۰۰۰۰ است. بنابراین به غیر از خود رقم، ارزش مکانی آن برای اینکه بدانیم عدد چند است، بسیار اهمیت دارد.

برای خواندن هر عدد، می‌توانیم آن را از راست به چپ در جدول ارزش مکانی قرار دهیم، و از چپ به راست آن را بخوانیم.

به عنوان مثال جمعیت ایران در سال ۱۳۹۱، به ۷۷۱۷۶۹۳۰ نفر رسید. برای خواندن این عدد آن را در جدول ارزش

مکانی قرار می‌دهیم.

میلیارد			میلیون			هزار			طبقه		
صدگان	دهگان	یکان	صدگان	دهگان	یکان	صدگان	دهگان	یکان	صدگان	دهگان	یکان
				۷	۷	۱	۷	۶	۹	۳	۰

و آن را به صورت زیر می‌خوانیم.

هفتاد و هفت میلیون و یکصد و هفتاد و شش هزار و نه صد و سی.

برای خواندن هر عدد علاوه بر جدول ارزش مکانی می‌توانیم سه رقم، سه رقم از سمت راست عدد جدا کرده و از سمت چپ عدد را می‌خوانیم.

مثال: عدد ۱۸۳۰۰۶۰۱۴ را بخوانید و سپس به حروف بنویسید.

حل: اعداد را سه رقم، سه رقم جدا می‌کنیم.

۱۸۳

۰۰۶

۰۱۴

یکصد و هشتاد و سه میلیون و شش هزار و چهارده

دقت کنید که هر چه به سمت راست برویم ارزش مکانی عدد کمتر می‌شود. مثلاً در عدد ۱۲۴۹۳ ارزش مکانی عدد ۱ بیشتر از ارزش مکانی عدد ۹ است.

مثال: اعداد زیر را به ترتیب در جدول ارزش مکانی قرار دهید.

هشتاد و سه میلیارد و ده میلیون و صد

هفتصد و نه میلیارد و دو هزار

پنج میلیارد و هفتصد میلیون

حل:

طبقه											
میلیارد			میلیون			هزار					
ص	د	ی	ص	د	ی	ص	د	ی	ص	د	ی
	۸	۳	۰	۱	۰	۰	۰	۰	۱	۰	۰
۷	۰	۹	۰	۰	۰	۰	۲	۰	۰	۰	۰
		۵	۷	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰

مثال: با توجه به عدد ۵۲۲۰۰۵۶۴۰۱۴ به سوالات زیر جواب دهید.

(الف) چه رقمی دارای ارزش مکانی یکان میلیون است؟

(ب) چه رقمی دارای ارزش مکانی دهگان میلیارد است؟

(ج) ارزش مکانی عدد ۱ چیست؟

(د) ۶ در این عدد یعنی ۶ تا چندتایی

حل:

ی د ص	ی د ص	ی د ص	ی د ص
۵۲	۲۰۰	۵۶۴	۰۱۴

(د) ۶ تا ۱۰۰۰۰ تائی

(ج) دهگان

(ب) ۵

(الف) ۰

گسترده نویسی اعداد

گسترده نویسی اعداد یعنی در یک عدد، ارزش هر رقم را مشخص کنیم.

به عنوان مثال به اعداد زیر دقت کنید.

عدد ۵۴، پنجاه و چهار خوانده می شود یعنی $۵ \times ۱۰ + ۴$

عدد ۶۲۵، ششصد و بیست و پنج خوانده می شود یعنی $۶۰۰ + ۲۰ + ۵$

عدد ۴۹۲۱، چهار هزار و نهصد و بیست و یک است $۴۰۰۰ + ۹۰۰ + ۲۰ + ۱$

به همین ترتیب صورت هر عددی را می توانیم گسترده نویسی کنیم.

مثال: اعداد ۵۴۷۴۹ و ۱۸۳۰۰۶۰۱۷ را گسترده نویسی کنید.

حل:

یکی	ده تائی	صد تائی	هزار تائی	ده هزار تائی
۹	۴	۷	۴	۵

۵۴۷۴۹ :

$$= ۵ \times ۱۰۰۰۰ + ۴ \times ۱۰۰۰ + ۷ \times ۱۰۰ + ۴ \times ۱۰ + ۹$$

حل:

یکی	ده تائی	صد تائی	هزار	ده هزار	صد هزار	میلیون	ده میلیون	صد میلیون
۴	۱	۰	۶	۰	۰	۳	۸	۱

۱۸۳۰۰۶۰۱۴ :

$$= ۱ \times ۱۰۰۰۰۰۰۰۰ + ۸ \times ۱۰۰۰۰۰۰۰۰ + ۳ \times ۱۰۰۰۰۰۰۰۰ + ۰ + ۰ + ۰ + ۶ \times ۱۰۰۰۰ + ۱ \times ۱۰ + ۴$$

مقایسه اعداد

برای مقایسه اعداد ابتدا تعداد رقم های آن دو را می شماریم. در صورتی که تعداد ارقام آنها برابر نباشد، عددی را که ارقام

بیشتری دارد بزرگتر است به عنوان مثال $۱۰۰۰۰ > ۹۹۹۹$

توجه کنید ۹۹۹۹ بزرگترین عدد چهار رقمی و ۱۰۰۰۰ کوچکترین عدد پنج رقمی است.

اما در صورتی که تعداد ارقام آنها برابر باشد. از سمت چپ (بزرگترین ارزش مکانی) شروع می کنیم و رقم های دارای ارزش

مکانی مساوی را با هم مقایسه کرده و عدد بزرگتر را انتخاب می کنیم.

مثال: اعداد ۱۲۳۰۲۴۲۰ و ۱۲۳۱۹۹۹۹ را با هم مقایسه کنید

حل:



تعداد ارقام دو عدد مساوی‌اند پس از سمت چپ شروع می‌کنیم ارقام دارای ارزش مکانی ده میلیون با هم برابرند.

همچنین ارقام دارای ارزش مکانی میلیون و یکصد هزار نیز با هم برابرند. اما در مکان ده هزار عدد ۱ از عدد ۰ بزرگ‌تر

است. پس

$$12319999 > 12302420$$

مثال:

با ارقام ۱ و ۰ و ۰ و ۰ و ۲ و ۳ کوچک‌ترین و بزرگ‌ترین عدد شش رقمی، کوچک‌ترین و بزرگ‌ترین عدد شش رقمی زوج

و کوچک‌ترین و بزرگ‌ترین عدد شش رقمی فرد را بدست آورید.

حل: برای بدست آوردن بزرگ‌ترین عدد شش رقمی باید اعداد بزرگ‌تر را در ارزش مکانی بالا قرار دهیم پس ۳۲۱۰۰۰

بزرگ‌ترین عدد شش رقمی است.

برای نوشتن کوچک‌ترین عدد شش رقمی اعداد بزرگ‌تر را در ارزش مکانی پایین قرار می‌دهیم.

پس ۱۰۰۰۲۳ کوچک‌ترین عدد شش رقمی است.

کوچک‌ترین عدد شش رقمی زوج ۱۰۰۰۳۲

بزرگ‌ترین عدد شش رقمی زوج ۳۲۱۰۰۰

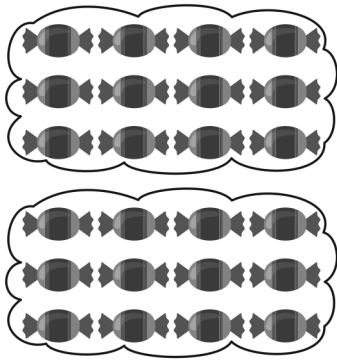
کوچک‌ترین عدد شش رقمی فرد ۱۰۰۰۲۳

و بزرگ‌ترین عدد شش رقمی فرد ۳۲۰۰۰۱ است.

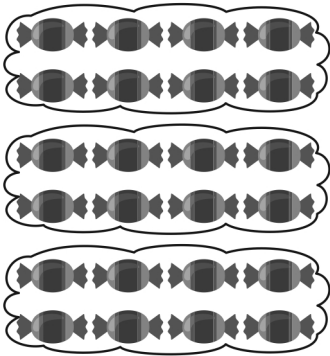
بخش پذیری

بخش پذیری بر یک عدد یعنی اینکه باقیمانده تقسیم بر آن عدد صفر باشد. به عنوان مثال عدد ۲۴ بر ۲ بخش پذیر است

زیرا اگر ۲۴ عدد شکلات را بین دو نفر تقسیم کنیم، به هر کدام ۱۲ شکلات می‌رسد و شکلاتی باقی نمی‌ماند.



همچنین عدد ۲۴ بر ۳ بخش پذیر است زیرا اگر ۲۴ عدد شکلات داشته باشیم و بخواهیم بین سه نفر تقسیم کنیم به هر کدام از آن سه نفر ۸ شکلات می‌رسد و شکلاتی باقی نمی‌ماند.



به همین ترتیب می‌توانیم نشان دهیم که عدد ۲۴ بر ۱ و ۴ و ۶ و ۸ و ۱۲ و ۲۴ نیز بخش پذیر است و باقیمانده تقسیم ۲۴ بر اعداد ۱ و ۲ و ۳ و ۴ و ۶ و ۸ و ۱۲ و ۲۴ صفر می‌شود.

نکته:

مضرب هر عددی بر آن عدد بخش پذیر است چون مضرب‌های یک عدد از ضرب اعداد طبیعی در همان عدد به دست می‌آیند.

نکات بخش پذیری

۱- همه اعداد بر عدد ۱ بخش پذیرند.

۲- تمام اعداد زوج بر ۲ بخش پذیرند. زیرا اعداد زوج از ضرب عدد ۲ در اعداد طبیعی به دست می‌آیند و به عبارتی اعدادی بر ۲ بخش پذیرند که رقم یکان آنها یکی از ارقام ۰ و ۲ و ۴ و ۶ و ۸ باشد.

۳- عددی بر ۳ بخش پذیر است که مجموع ارقام آن بر ۳ بخش پذیر باشد.

مثال: اعداد ۶۴۲ و ۹۰۳ بر ۳ بخش پذیرند زیرا $۱۲ = ۲ + ۴ + ۶$ و عدد ۱۲ بر ۳ بخش پذیر است. همچنین $۱۲ = ۳ + ۰ + ۹$

۴- به مضرب‌های عدد ۵ دقت کنید. ۵ - ۵۰۰ - ۵۵۰ - ۶۵ - ۹۰

دقت کنید که رقم یکان همه آنها ۰ یا ۵ است. در حالت کلی اعدادی بر ۵ بخش پذیرند که رقم یکان آنها ۰ یا ۵ باشد.

مثال: چه اعدادی هم بر ۲ و هم بر ۵ بخش پذیرند؟

حل: می‌دانیم اعدادی بر ۲ بخش پذیرند که رقم یکان آنها یکی از ارقام ۰ و ۲ و ۴ و ۶ و ۸ باشد و عددی بر ۵ بخش پذیر است که رقم یکان آنها ۰ یا ۵ باشد.

پس عددی که هم بر ۲ و هم بر ۵ بخش پذیر باشد، عددی است که رقم یکان آن ۰ است.

نکته:

اگر عددی بر دو عدد بخش پذیر باشد بر حاصل ضرب آن دو عدد بخش پذیر است.

به عنوان مثال اعدادی بر ۶ بخش پذیرند که هم بر ۲ و هم بر ۳ بخش پذیر باشد.

مثال: کوچک‌ترین عدد بزرگ‌تر از ۲۰۰ را بنویسید که :

الف) بر ۳ بخش پذیر باشد.

ب) بر ۹ بخش پذیر باشد.

ج) بر ۲ بخش پذیر باشد.

د) بر ۵ بخش پذیر باشد.

حل:

الف) برای اینکه عددی بر ۳ بخش پذیر باشد باید جمع ارقام آن بر ۳ بخش پذیر باشد.

کوچک‌ترین عددی که از ۲۰۰ بزرگ‌تر باشد عدد ۲۰۱ است که مجموع ارقام آن $۱ + ۰ + ۲ = ۳$ است. پس ۲۰۱ بر ۳ بخش پذیر است.

ب) باید دنبال عددی بگردیم که مجموع ارقامش بر ۹ بخش پذیر باشد.

عدد ۲۰۷ کوچک‌ترین عددی است که بر ۹ بخش پذیر است زیرا $۲ + ۰ + ۷ = ۹$

ج) ۲۰۲

د) ۲۰۵

مثال: در عدد $\square ۶۴۷$ در جای خالی چه رقمی قرار دهیم تا این عدد چهار رقمی بر ۶ بخش پذیر باشد.

حل: این عدد هم بر ۲ و هم بر ۳ باید بخش پذیر باشد. برای همین باید مجموع ارقامش بر ۳ بخش پذیر بوده و همچنین رقم یکان آن زوج باشد. مجموع $۱۷ = ۷ + ۴ + ۶$ است که با ارقام ۱ و ۴ و ۷ اگر جمع شوند بر ۳ بخش پذیر می باشد. از طرفی چون رقم یکان باید زوج باشد تنها عدد ۴ می تواند در جای خالی قرار گیرد.

فصل دوم
آموزش مفهومی

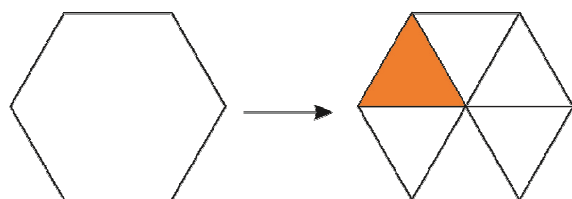
یادآوری

کسر و عدد مخلوط

یک تکه از یک کلوچه را جدا می کنیم، در این حالت می گوییم کسری از کلوچه را جدا کرده ایم ولی چون مقدار آن را نمی توانیم تعیین کنیم برای آن قادر به نوشتن کسر نیستیم. حال یک نان یا یک ورقه ی کاغذ را برمی داریم و آن را به چند قسمت مساوی تقسیم می کنیم، می توانیم هر تکه را به صورت کسر بیان کنیم. برای مثال یک نان را به ۶ قسمت مساوی تقسیم می کنیم و ۲ قسمت آن را می خوریم. بنابراین کسر $\frac{۲}{۶}$ از یک نان خورده شده است.

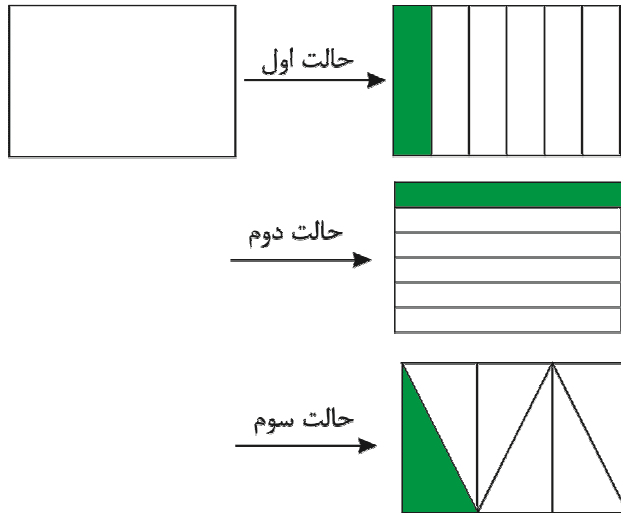
هرگاه به کلمه کسر می رسیم به این معناست که تقسیم بندی مساوی داریم. با توجه به مخرج کسر، اشکال را به تکه های مساوی قسمت می کنیم، صورت کسر هم قسمت های رنگی را نشان می دهد.

مثال: کسر $\frac{۱}{۶}$ را در شکل زیر نشان می دهیم:



ابتدا شکل را به ۶ قسمت مساوی تقسیم، سپس ۱ قسمت را رنگی کردیم. توجه کنید که اشکال را می توان به صورت های مختلفی تقسیم کنیم.

$\frac{۱}{۶}$ از شکل زیر را رنگ می کنیم:



اگر کلمه نصف، ثلث، ربع و خمس داشته باشیم، آن گاه با کسرهای زیر مواجه خواهیم شد:

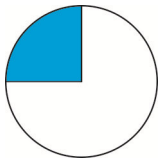
$$\text{نصف} = \frac{1}{2}$$

$$\text{ربع} = \frac{1}{4}$$

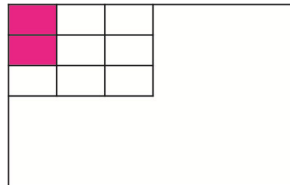
$$\text{ثلث} = \frac{1}{3}$$

$$\text{خمس} = \frac{1}{5}$$

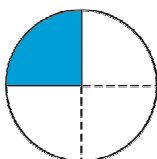
مثال: اشکال زیر چه کسری را نشان می دهند:



(الف)

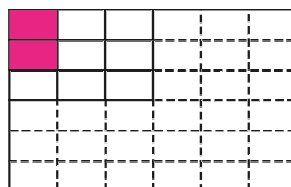


(ب)



$$\frac{1}{4} = \text{ربع}$$

(الف)



$$\frac{2}{36}$$

پاسخ:

(ب)

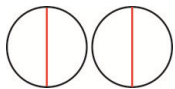
در این جا ابتدا اشکال را به قسمت‌های مساوی تقسیم کردیم، قسمت‌بندی‌ها را طوری تعیین کردیم که با قسمت‌هایی که از قبل داده شده، برابر باشند. سپس تعداد کل قسمت‌ها را در مخرج و تعداد قسمت‌های رنگی را در صورت کسر نوشتیم.

عدد مخلوط

اگر بخواهیم ۱۰ پرتقال را بین ۴ نفر تقسیم کنیم آن‌گاه ابتدا به هر کس یک پرتقال می‌دهیم، سپس پرتقال‌های باقی‌مانده را با توجه به تعداد نفرات، قسمت‌بندی می‌کنیم و سهم هر نفر را می‌دهیم:



۲ عدد پرتقال کامل به هر کدام می‌رسد و ۲ پرتقال باقی می‌ماند. حالا ۲ پرتقال باقی‌مانده را بین ۴ نفر تقسیم می‌کنیم:

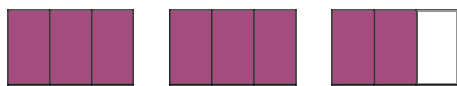


بنابراین به هر نفر علاوه بر ۲ عدد پرتقال کامل، یک نصف پرتقال هم می‌رسد. در نتیجه سهم هر نفر ۲ واحد کامل و $\frac{1}{2}$

از یک واحد کامل می‌باشد.

اگر صورت کسری از مخرج آن بزرگ‌تر باشد (کسر بزرگ‌تر از واحد) با استفاده از جدا کردن واحدهای کامل، آن را به عدد مخلوط تبدیل می‌کنیم. برای تبدیل یک کسر به عدد مخلوط، ابتدا واحدهای کامل را جدا کرده، سپس باقی‌مانده را به صورت کسر می‌نویسیم.

مثال: با استفاده از شکل، کسر $\frac{8}{3}$ را به عدد مخلوط تبدیل می‌کنیم:



با توجه به مخرج هر شکل را به سه قسمت مساوی تقسیم کرده، سپس ۸ قسمت را رنگ می‌کنیم، بنابراین داریم:

$$\frac{8}{3} = \frac{3}{3} + \frac{3}{3} + \frac{2}{3} = 1 + 1 + \frac{2}{3} = 2\frac{2}{3} \quad \text{۲ واحد و } \frac{2}{3}$$

بدون شکل هم می‌توان کسر را به عدد مخلوط تبدیل کرد. صورت کسر را بر مخرج کسر تقسیم می‌کنیم، خارج‌قسمت نشان دهنده‌ی واحدهای کامل، باقی‌مانده صورت کسر، مخرج کسر هم مخرج کسر اولیه می‌باشد.

مثال: کسر $\frac{8}{3}$ را بدون استفاده از شکل به عدد مخلوط تبدیل می‌کنیم:

پاسخ:

مخرج کسر = مقسوم علیه

$$\begin{array}{r} 8 \\ - 6 \\ \hline 2 \end{array}$$

تعداد واحدهای کامل = خارج قسمت

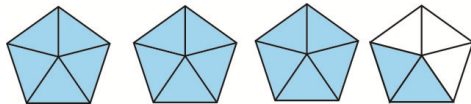
$$\Rightarrow \frac{8}{3} = 2\frac{2}{3}$$

باقی مانده = صورت کسر

عدد مخلوط را هم می توان به کسر تبدیل کرد.

مثال: با استفاده از شکل عدد مخلوط $3\frac{2}{5}$ را به کسر تبدیل می کنیم:

پاسخ:



$$3\frac{2}{5} = \frac{17}{5}$$

با توجه به شکل ۱۷ قسمت رنگی داریم. پس در صورت کسر ۱۷ را قرار می دهیم. از طرفی هر شکل به ۵ قسمت

مساوی تقسیم شده است، بنابراین عدد ۵ را در مخرج کسر می گذاریم.

بدون استفاده از شکل هم می توان عدد مخلوط را به کسر تبدیل کرد. کافی است قسمت صحیح را در مخرج کسر ضرب کرده سپس با صورت کسر جمع کنیم. حاصل، صورت کسر خواهد بود. مخرج کسر همان مخرج کسر در عدد مخلوط است.

مثال: عدد مخلوط $3\frac{2}{5}$ را بدون استفاده از شکل تبدیل می کنیم:

پاسخ:

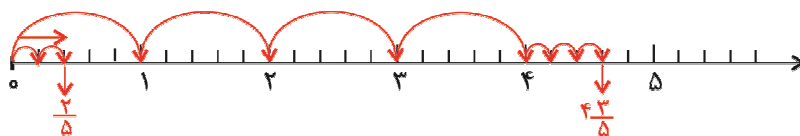
$$3\frac{2}{5} = \frac{17}{5}$$

$$\text{صورت کسر } (3 \times 5) + 2 = 15 + 2 = 17$$

اگر بخواهیم کسر یا عدد مخلوط را روی محور نشان دهیم، کافی است با توجه به مخرج کسر هر واحد را تقسیم کنیم، سپس به اندازه واحدهای کامل و صورت کسر جلو برویم.

مثال: اعداد $\frac{2}{5}$ و $4\frac{3}{5}$ را روی محور نشان می دهیم.

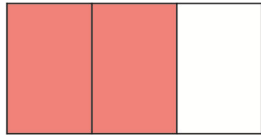
پاسخ: با توجه به مخرج کسر، هر واحد را به ۵ قسمت مساوی تقسیم می کنیم.



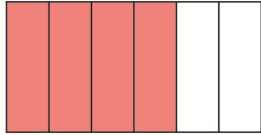
مقایسه و ساده کردن کسر

تساوی کسرها

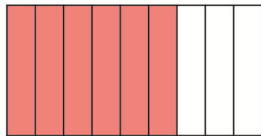
۳ کسر $\frac{2}{3}$ و $\frac{4}{6}$ و $\frac{6}{9}$ را با شکل نشان می دهیم.



$$\frac{2}{3}$$



$$\frac{4}{6}$$



$$\frac{6}{9}$$

با توجه به شکل‌ها هر ۳ کسر با هم برابرند.

$$\frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{6}{9}$$

بین این سه کسر چه رابطه‌ای برقرار می‌باشد؟

$$\frac{2 \times 2}{3 \times 2} = \frac{4}{6} \qquad \frac{2 \times 3}{3 \times 3} = \frac{6}{9}$$

اگر صورت و مخرج کسر $\frac{2}{3}$ را در ۲ و ۳ ضرب کنیم آن‌گاه به کسرهای $\frac{4}{6}$ و $\frac{6}{9}$ می‌رسیم که هر سه با هم برابرند. پس می‌توانیم نتیجه بگیریم، هرگاه صورت و مخرج یک کسر را در عددی ثابت (غیر از صفر) ضرب کنیم، کسر حاصل با کسر اول مساوی می‌باشد. همچنین اگر صورت و مخرج یک کسر را بر عدد ثابت (غیر از صفر) تقسیم کنیم، کسر حاصل با کسر اول مساوی خواهد بود.

مثال: ۳ کسر مساوی $\frac{1}{6}$ می‌نویسیم:

پاسخ:

$$\frac{1}{6} = \frac{2}{12} = \frac{3}{18} = \frac{4}{24}$$

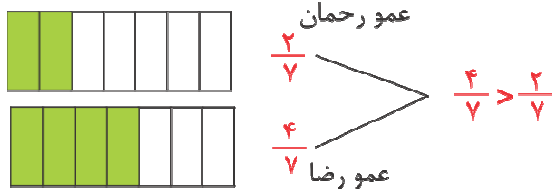
مثال: ۳ کسر مساوی $\frac{128}{800}$ می‌نویسیم:

پاسخ:

$$\frac{128}{800} = \frac{64}{400} = \frac{32}{200} = \frac{16}{100}$$

مقایسه کسرها

عمو رحمان و عمو رضا زمین‌های کشاورزی هم‌اندازه دارند. عمو رحمان $\frac{2}{7}$ و عمو رضا $\frac{4}{7}$ زمین خود را هندوانه کاشته‌اند. کدام یک هندوانه بیش‌تری کاشته است؟



با توجه به شکل، عمو رضا هندوانه بیش‌تری کاشته است. پس کسر $\frac{4}{7}$ از $\frac{2}{7}$ بیش‌تری می‌باشد. بنابراین اگر دو کسر دارای مخرج‌های مساوی باشند، کسری بزرگ‌تر است که صورت آن بزرگ‌تر باشد.

مثال: دو کسر $\frac{2}{5}$ و $\frac{3}{5}$ را مقایسه می‌کنیم:

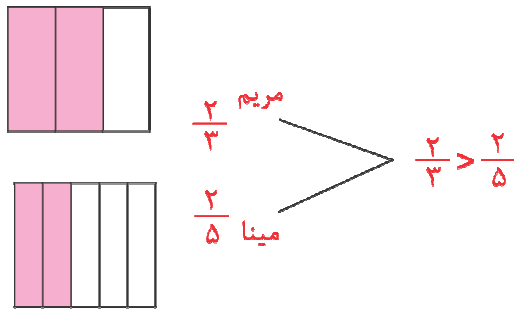
پاسخ:

$$\frac{2}{5} < \frac{3}{5}$$

مخرج‌ها با هم برابرند، لذا کسری بزرگ‌تر است که دارای صورت بزرگ‌تری باشد، یعنی $\frac{3}{5}$

مریم و مینا دو کیک مستطیل شکل و هم‌اندازه دارند. مینا $\frac{2}{5}$ از کیکش و مریم $\frac{2}{3}$ از کیکش را خورد. به نظر شما

کدام یک کیک بیش‌تری خورده است؟



با توجه به شکل، مریم کیک بیش‌تری خورده است. پس می‌توان نتیجه گرفت اگر صورت دو کسر با هم برابر باشند، کسر بزرگ‌تر دارای مخرج کوچک‌تری است.

مثال: دو کسر $\frac{3}{8}$ و $\frac{3}{4}$ را با هم مقایسه می‌کنیم:

پاسخ:

$$\frac{3}{4} > \frac{3}{8}$$

صورت‌ها با هم برابرند، می‌دانیم کسر بزرگ‌تر دارای مخرج کوچک‌تری است، یعنی $\frac{3}{4}$.

اگر هم صورت و هم مخرج دو کسر متفاوت باشند، آن گاه به وسیله کسرهای مساوی مخرج آن‌ها را به یک عدد مساوی تبدیل می‌کنیم، سپس مقایسه را انجام می‌دهیم.

مثال: کسرهای $\frac{2}{5}$ و $\frac{3}{4}$ را با هم مقایسه می‌کنیم:

پاسخ:

ابتدا مخرج‌ها را یکی می‌کنیم:

$$\frac{2 \times 4}{5 \times 4} = \frac{8}{20}, \quad \frac{3 \times 5}{4 \times 5} = \frac{15}{20}$$

$$\frac{8}{20} = \frac{2}{5} < \frac{3}{4} = \frac{15}{20}$$

به دو کسر با مخرج مساوی رسیدیم، بنابراین کسر بزرگ‌تر دارای صورت بزرگ‌تری می‌باشد، یعنی $\frac{15}{20}$ که همان $\frac{3}{4}$ است.

ساده کردن کسرها

همان‌طور که قبلاً گفته شد، می‌توانیم صورت و مخرج کسر را بر یک عدد تقسیم کنیم. به این عمل ساده کردن کسر گویند. برای ساده کردن کسرها، باید عدد ثابتی را انتخاب کرد که هم صورت و هم مخرج بر آن عدد ثابت قابل تقسیم باشند.

مثال: کسر $\frac{60}{45}$ را ساده می‌کنیم:

پاسخ:

$$\frac{60 \div 5}{45 \div 5} = \frac{12 \div 3}{9 \div 3} = \frac{4}{3}$$

توجه کنیم که در ساده کردن کسرها، صورت و مخرج را تا جایی که امکان دارد، ساده می‌کنیم. با ساده کردن کسرها به اعداد کوچک‌تری می‌رسیم که کار با آن‌ها آسان‌تر می‌باشد. برای ساده کردن کسرها، از راه دیگری نیز می‌توانیم استفاده کنیم. به این صورت که بدانیم صورت و مخرج کسر، حاصل ضرب چه اعدادی هستند. سپس آن حاصل ضرب را به جای صورت و مخرج می‌نویسیم. اگر عدد مشترک در صورت و مخرج به وجود آمد، می‌توانیم با هم ساده کنیم، چون بین عددهای صورت و مخرج علامت ضرب قرار دارد.

مثال: کسر $\frac{60}{45}$ را با این روش ساده می‌کنیم:

پاسخ:

$$\frac{60}{45} = \frac{\cancel{6}^2 \times \cancel{10}^2}{\cancel{5}^1 \times \cancel{9}^3} = \frac{4}{3}$$

در این جا ابتدا حاصل ضرب صورت و مخرج را می نویسیم. سپس عددهای موجود در صورت و مخرج را با هم ساده

می کنیم. در انتها کسر دیگر ساده نمی شود و به $\frac{4}{3}$ می رسیم.

جمع و تفریق کسرها و اعداد مخلوط

کسرهایی را می توانیم با هم جمع و یا از هم کم کنیم که مخرجشان با هم یکی باشد. پس اگر مخرج کسرها با هم یکی نبود، ابتدا طبق آنچه در مورد هم مخرج کردن خواندیم، کسرها را هم مخرج می کنیم.

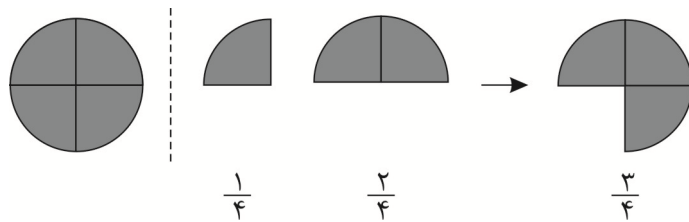
مثال:

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{5}{6}$$

$$\frac{9}{10} - \frac{4}{5} = \frac{9}{10} - \frac{8}{10} = \frac{1}{10}$$

مثال:

$$\frac{1}{4} + \frac{2}{4} = \frac{3}{4}$$



مثال:

$$\frac{2}{18} + \frac{3}{12} = ?$$

پاسخ:

مخرج دو کسر $\frac{2}{18}$, $\frac{3}{12}$ با هم یکی نیست و از طرفی هم ۱۲ و ۱۸ بر هم بخش پذیر نیستند، پس کوچک ترین مضرب

مشترک آن ها را تعیین می کنیم.

برای تعیین کوچک ترین مضرب مشترک، مضرب های مخرج هر دو کسر را می نویسیم و اولین مضرب مشترک را انتخاب

می کنیم.

$$\left. \begin{array}{l} 12, 24, \boxed{36} \\ 18, \boxed{36} \end{array} \right\} \Rightarrow \text{کوچکترین مضرب مشترک} : [12, 18] = 36$$

پس کوچکترین مضرب مشترک یا به طور خلاصه ک.م.م این دو مخرج برابر ۳۶ است. حال به جای دو کسر بالا کسرهایی مساوی با آنها را می‌نویسیم.

$$\frac{2}{18} + \frac{3}{12} = \frac{4}{36} + \frac{9}{36} = \frac{13}{36}$$

چون ۳۶ مضرب دوم ۱۸ است پس صورت و مخرج کسر $\frac{2}{18}$ را در ۲ ضرب می‌کنیم.

چون ۳۶ مضرب سوم ۱۲ است پس صورت و مخرج کسر $\frac{3}{12}$ را در ۳ ضرب می‌کنیم.

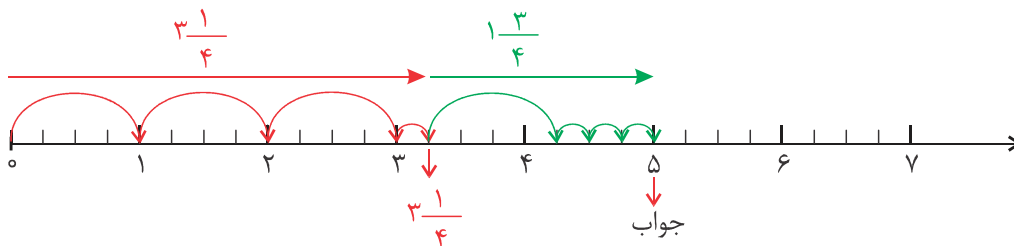
جمع و تفریق عدد مخلوط

اگر بخواهیم حاصل جمع یا تفریق دو عدد مخلوط را با استفاده از محور به دست آوریم، کافی است، ابتدا با توجه به مخرج کسر هر واحد را تقسیم‌بندی کنیم. اگر مخرج عدد مخلوطها یکی نبود، ابتدا مخرج را یکی می‌کنیم، سپس هر واحد را به اندازه‌ی مخرج مشترک تقسیم می‌کنیم:

$$\text{ب) } 4\frac{1}{2} - 2\frac{2}{3}$$

$$\text{الف) } 3\frac{1}{4} + 1\frac{3}{4}$$

الف) مخرج‌ها یکی می‌باشد، پس هر واحد را به ۴ قسمت تقسیم می‌کنیم:

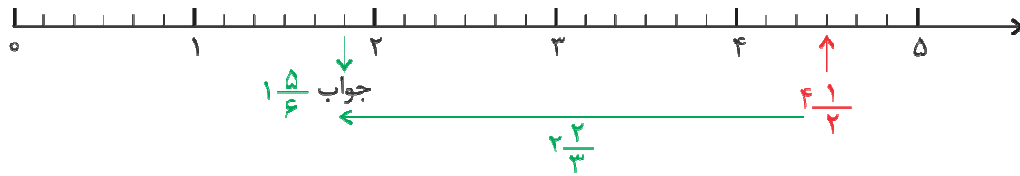


$$\Rightarrow 3\frac{1}{4} + 1\frac{3}{4} = 5$$

ب) مخرج‌ها را یکی می‌کنیم:

$$4\frac{1 \times 3}{2 \times 3} = 4\frac{3}{6} \quad , \quad 2\frac{2 \times 2}{3 \times 2} = 2\frac{4}{6}$$

پس هر واحد را به ۶ قسمت مساوی تقسیم می‌کنیم:



$$4\frac{1}{2} - 2\frac{2}{3} = 4\frac{3}{6} - 2\frac{4}{6} = 1\frac{5}{6}$$

جمع و تفریق اعداد مخلوط با استفاده از محور اعداد، کاری طولانی است. بهتر است برای این کار از محاسبات عددی استفاده شود. در این روش ابتدا واحدهای صحیح را جمع و تفریق کرده، سپس حاصل کسر را محاسبه می‌کنیم.

مثال: حاصل عبارتهای زیر را به دست می‌آوریم:

الف) $7\frac{1}{3} + 3\frac{3}{4}$

ب) $6\frac{3}{5} - 2\frac{1}{2}$

پاسخ:

$$\begin{aligned} \text{الف) } 7\frac{1}{3} + 3\frac{3}{4} &= (7+3) + \left(\frac{1 \times 4}{3 \times 4} + \frac{3 \times 3}{4 \times 3}\right) = 10 + \left(\frac{4}{12} + \frac{9}{12}\right) \\ &= 10 + \frac{13}{12} \\ &= 10 + 1\frac{1}{12} = (10+1) + \frac{1}{12} \\ &= 11 + \frac{1}{12} \\ &= 11\frac{1}{12} \end{aligned}$$

در این قسمت چون حاصل کسرها، بیش‌تر از واحد شد، آن را به عدد مخلوط تبدیل کرده و واحد کامل آن را با واحدهای کامل قبل جمع کردیم.

$$\begin{aligned} \text{ب) } 6\frac{3}{5} - 2\frac{1}{2} &= (6-2) + \left(\frac{3 \times 2}{5 \times 2} - \frac{1 \times 5}{2 \times 5}\right) = 4 + \left(\frac{6}{10} - \frac{5}{10}\right) \\ &= 4 + \left(\frac{1}{10}\right) = 4\frac{1}{10} \end{aligned}$$

اگر در تفریق، کسر اول کوچک‌تر بود، از واحدهای کامل یک واحد قرض می‌گیریم و به کسر اول می‌دهیم، سپس تفریق را انجام می‌دهیم.

مثال: حاصل عبارت زیر را به دست می‌آوریم:

$$\begin{aligned} 4\frac{1}{6} - 1\frac{2}{5} &= (4-1) + \left(\frac{1 \times 5}{6 \times 5} - \frac{2 \times 6}{5 \times 6}\right) = 3 + \left(\frac{5}{30} - \frac{12}{30}\right) \\ &= 2 + \left(1\frac{5}{30} - \frac{12}{30}\right) = 2 + \left(\frac{35}{30} - \frac{12}{30}\right) = 2 + \frac{23}{30} = 2\frac{23}{30} \end{aligned}$$

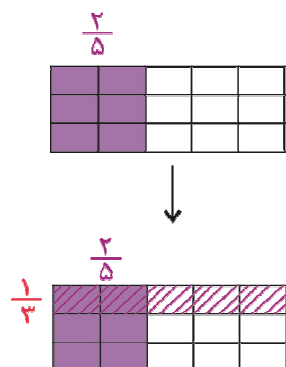
چون $\frac{12}{30}$ از $\frac{5}{30}$ بزرگتر است، بنابراین از ۴ واحد کامل یک واحد قرض گرفتیم و به کسر $\frac{5}{30}$ دادیم یعنی $1\frac{5}{30}$

ضرب کسرها

وقتی ضرب دو کسر را داریم، می‌توانیم از روی شکل به جواب حاصل ضرب برسیم. برای مثال: یک مستطیل رسم می‌کنیم. به اندازه مخرج کسر بزرگ‌تر، طول مستطیل را تقسیم می‌کنیم سپس به اندازه‌ی مخرج کسر کوچک‌تر عرض مستطیل را قسمت‌بندی می‌کنیم:



بعد از آن روی هر ضلع به تعداد صورت رنگ می‌کنیم:



تعداد قسمت‌هایی را که هم برای طول مستطیل و هم برای عرض مستطیل رنگ شده (هم رنگ قرمز و هم هاشور دارند) صورت کسر حاصل ضرب و تعداد کل قسمت‌ها مخرج کسر حاصل ضرب می‌باشد. در اینجا ۲ قسمت داریم که هم برای ضلع افقی و هم برای ضلع عمودی رنگ شده است، در کل هم ۱۵ قسمت داشتیم، بنابراین :

$$\frac{1}{3} \times \frac{2}{5} = \frac{2}{15}$$

در حالت کلی در ضرب کسرها، کافی است صورت‌ها را در هم و مخرج‌ها را نیز در هم ضرب کنیم. برای ضرب کسرها باید به دو نکته توجه کنیم:

۱- قبل از ضرب، کسرها را تا حد امکان ساده کنیم.

۲- در ضرب اعداد مخلوط، ابتدا آن‌ها را به کسر تبدیل می‌کنیم، سپس ضرب را انجام می‌دهیم.

مثال: حاصل ضرب‌های زیر را به دست می‌آوریم:

الف) $\frac{3}{5} \times \frac{2}{7} = \frac{3 \times 2}{5 \times 7} = \frac{6}{35}$

ب) $\frac{10}{35} \times \frac{28}{24} = \frac{\cancel{10}^2 \times \cancel{28}_4}{\cancel{35}_7 \times \cancel{24}_3} = \frac{1 \times 1}{1 \times 3} = \frac{1}{3}$

$$\text{ج) } 2\frac{1}{6} \times 3\frac{4}{5} = \frac{13}{6} \times \frac{19}{5} = \frac{13 \times 19}{6 \times 5} = \frac{247}{30} = 8\frac{7}{30}$$

تقسیم کسرها

در تقسیم کسرها با استفاده از شکل، اگر مخرجها مساوی بودند، کافی است صورتها را بر هم تقسیم کنیم. برای مثال:



دو دسته دوتایی

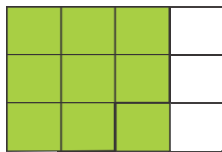
$$\frac{4}{5} \div \frac{2}{5} = \frac{4}{5} \times \frac{5}{2} = 2$$

اگر مخرجها، مساوی نبود، آنها را یکی می‌کنیم، برای مثال:

$$\frac{3}{4} \div \frac{2}{3} \Rightarrow \begin{cases} \frac{3 \times 3}{4 \times 3} = \frac{9}{12} \\ \frac{2 \times 4}{3 \times 4} = \frac{8}{12} \end{cases}$$

$$\frac{9}{12} \div \frac{8}{12}$$

حالا باید بفهمیم در $\frac{9}{12}$ چند تا $\frac{8}{12}$ وجود دارد؟



یک عدد $\frac{8}{12}$ و نیز یک $\frac{1}{8}$ باقی می‌ماند.

$$\frac{9}{12} \div \frac{8}{12} = 1\frac{1}{8} = \frac{9}{8}$$

در حالت کلی در تقسیم کسرها کافی است ابتدا کسر اول را نوشته، علامت تقسیم را به ضرب تبدیل کرده و سپس کسر

دوم را معکوس کنیم، یعنی جای صورت و مخرج را عوض کنیم. در تقسیم کسرها به نکات زیر باید توجه کنیم:

- (۱) اعداد مخلوط را به کسر تبدیل کرده و سپس تقسیم را انجام می‌دهیم.
- (۲) تقسیم بر عکس ضرب است، پس می‌توان هر تقسیمی را به ضرب تبدیل کرد.

مثال: حاصل تقسیم‌های زیر را محاسبه می‌کنیم.

پاسخ:

$$\text{الف) } \frac{4}{7} \div \frac{2}{3} = \frac{4}{7} \times \frac{3}{2} = \frac{\cancel{4} \times 3}{7 \times \cancel{2}} = \frac{6}{7}$$

معکوس

$$ب) \frac{44}{12} \div \frac{55}{60} = \frac{44}{12} \times \frac{60}{55} = \frac{\cancel{44}^4 \times \cancel{60}_6}{\cancel{12}_3 \times \cancel{55}_5} = \frac{4}{1} = 4$$

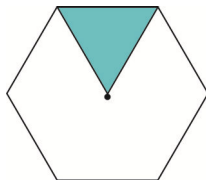
$$ج) 4\frac{3}{6} \div 1\frac{9}{12} = \frac{27}{6} \div \frac{21}{12} = \frac{27}{6} \times \frac{12}{21} = \frac{\cancel{27}^3 \times \cancel{12}_4}{\cancel{6}_2 \times \cancel{21}_3} = \frac{18}{7} = 2\frac{4}{7}$$

معکوس

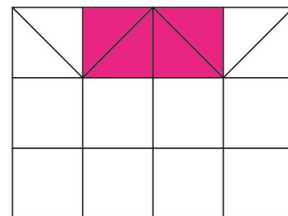
مثال‌های تفهیمی

۱- با توجه به قسمت‌های رنگی، هر یک از اشکال زیر چه کسری را نشان می‌دهند؟

(الف)

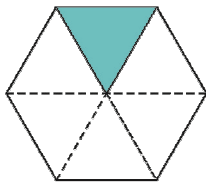


(ب)



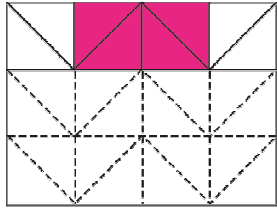
پاسخ:

(الف) ابتدا باید شکل را طوری قسمت‌بندی کنیم که قسمت‌هایی مساوی و هم‌اندازه قسمت رنگی، داشته باشیم:



$\frac{1}{6}$

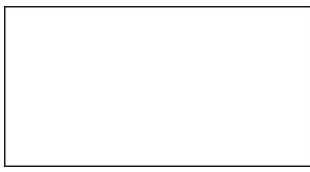
(ب) تقسیم‌بندی شکل را ادامه می‌دهیم:



$$\frac{4}{24}$$

شکل به ۲۴ مثلث مساوی تقسیم شده است. از این ۲۴ قسمت، ۴ تکه رنگی است، پس کسر $\frac{4}{24}$ را نشان می‌دهد.

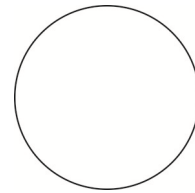
۲- در اشکال زیر کسر $\frac{3}{5}$ را نشان دهید.



(الف)

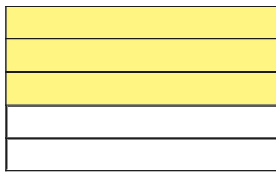


(ب)



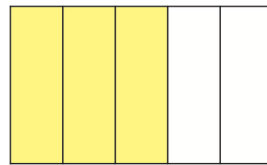
(ج)

پاسخ:



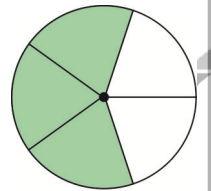
$$\frac{3}{5}$$

(الف)



$$\frac{3}{5}$$

(ب)



$$\frac{3}{5}$$

(ج)

در اشکال بالا هر شکل را ۵ قسمت مساوی تقسیم کردیم، سپس ۳ قسمت را رنگی کردیم.

۳- کل پول امیرعلی ۲۵۰۰ تومان می‌باشد. خمس پول او را محاسبه کنید.

پاسخ:

$$\frac{1}{5} = \text{خمس}$$

یعنی می‌خواهیم یک قسمت از ۵ قسمت را پیدا کنیم. بنابراین کل این پول را بر ۵ تقسیم می‌کنیم:

$$\begin{array}{r} 2500 \quad | \quad 5 \\ -250 \quad | \quad 500 \\ \hline 000 \\ - \quad 0 \\ \hline 00 \\ - \quad 0 \\ \hline 0 \end{array}$$

اگر پول امیرعلی را به ۵ قسمت مساوی تقسیم کنیم، حاصل ۵۰۰ تومان می‌شود. حالا یک قسمت از ۵ قسمت را می‌خواهیم:

$$1 \times 500 = 500$$

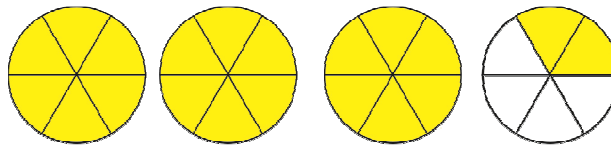
بنابراین خمس پول امیرعلی ۵۰۰ تومان می‌باشد.

۴- عدد مخلوط مربوط به هر شکل را بنویسید.

(الف)



(ب)



پاسخ:

(الف) ۴ عدد سیب کامل و $\frac{1}{2}$ سیب رنگی داریم، پس عدد مخلوط $4\frac{1}{2}$ را نشان می‌دهد.

(ب) ۳ عدد دایره کامل و ۲ قسمت از ۶ قسمت دایره رنگی می‌باشد یعنی ۳ و $\frac{2}{6}$. پس این شکل عدد مخلوط $3\frac{2}{6}$ را

نمایش می‌دهد.

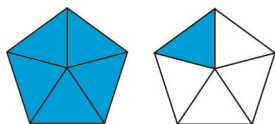
۵- کسرهای داده شده را روی شکل نشان دهید و عدد مخلوط مربوطه را بنویسید.

(الف) $\frac{6}{5}$

(ب) $\frac{9}{4}$

پاسخ:

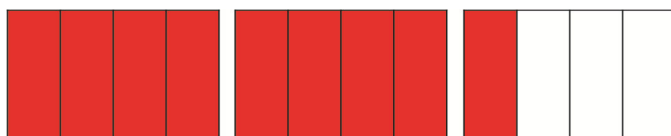
(الف)



در این جا از شکل ۵ ضلعی منتظم استفاده می‌کنیم. البته از اشکال دیگر هم می‌توانیم استفاده کنیم. این شکل را به ۵ قسمت مساوی تقسیم کردیم. ۵ قسمت را در شکل اول و یک قسمت را در شکل دوم رنگی کردیم. این شکل، ۱ واحد کامل و

$\frac{1}{5}$ را نشان می‌دهد یعنی عدد مخلوط $1\frac{1}{5}$

(ب)

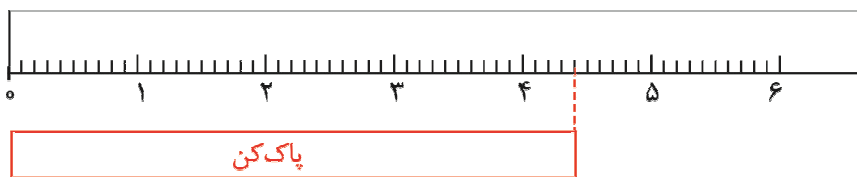


در این قسمت از شکل مستطیل استفاده کردیم. هر کدام را به ۴ قسمت مساوی تقسیم کردیم به ۳ مستطیل نیاز داریم. پس ۲ مستطیل را که شامل ۸ تکه است، رنگی کردیم. سپس ۱ تکه هم از مستطیل سوم رنگ کردیم. این شکل ۲ واحد و $\frac{1}{4}$ را نشان می‌دهد یعنی عدد مخلوط $2\frac{1}{4}$.

۶- با توجه به شکل جای خالی را کامل کنید.

پاسخ:

اندازه‌ی طول پاک‌کن و سانتی‌متر است که واحد کامل آن و کسر آن و عدد مخلوط آن سانتی‌متر می‌باشد.



پاسخ:

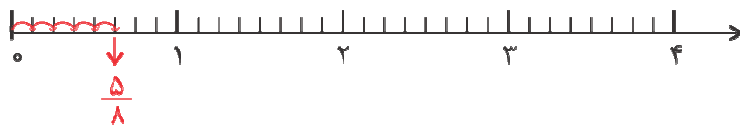
اندازه‌ی طول پاک‌کن ۴ و $\frac{4}{10}$ سانتی‌متر است که واحد کامل آن ۴ و کسر آن $\frac{4}{10}$ و عدد مخلوط آن $4\frac{4}{10}$ سانتی‌متر می‌باشد.

۷- اعداد $\frac{5}{8}$ و $2\frac{1}{6}$ را روی محور نمایش دهید.

پاسخ:

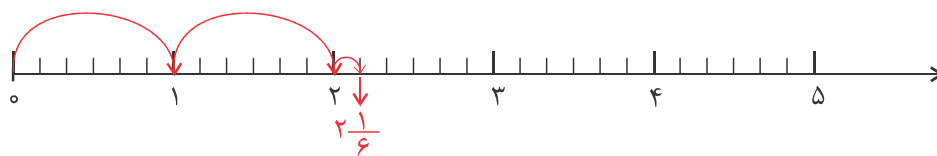
$$\frac{5}{8}$$

با توجه به مخرج کسر، هر واحد را به ۸ قسمت مساوی تقسیم، سپس ۵ تکه از ۸ قسمت جلو می‌روییم.



$$2\frac{1}{6}$$

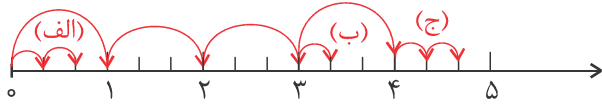
با توجه به مخرج کسر، هر واحد را به ۶ قسمت مساوی تقسیم، سپس ۵ تکه از ۶ قسمت جلو می‌روییم.



با توجه به مخرج کسر، هر واحد را به ۶ قسمت مساوی تقسیم کرده، سپس ۲ واحد کامل و ۱ تکه از ۶ قسمت جلو

می‌روییم.

۸- نقاط مشخص شده چه اعدادی را نشان می‌دهد؟



پاسخ:

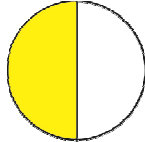
$$\text{ج) } 4\frac{2}{3}$$

$$\text{ب) } 3\frac{1}{3}$$

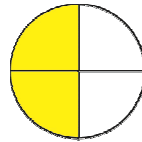
$$\text{الف) } \frac{2}{3}$$

با توجه به تقسیم‌بندی واحدها، مخرج کسرها ۳ می‌باشد. از مبدأ (صفر) شروع به شمارش می‌کنیم. برای قسمت (الف) ۲ قسمت جلو رفتیم و برای قسمت (ب) ۳ واحد و ۱ قسمت پیش رفتیم و برای (ج) ۴ واحد و ۲ قسمت جلو رفتیم.

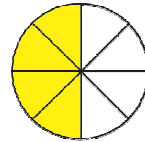
۹- کسر مربوط به هر شکل را بنویسید و نتیجه آن را بیان کنید.



(الف)



(ب)



(ج)

پاسخ:

$$\text{الف) } \frac{1}{2}$$

$$\text{ب) } \frac{2}{4}$$

$$\text{ج) } \frac{4}{8}$$

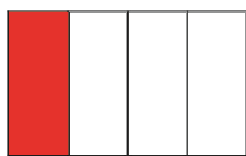
با توجه به اشکال، قسمت‌های رنگی (الف) و (ب) و (ج) با هم برابرند، بنابراین کسرهای مربوط به هر شکل نیز با هم

مساویند، داریم:

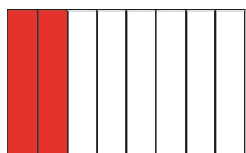
$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{4}{8}$$

۱۰- کسرهای داده شده را روی شکل نشان دهید و نتیجه آن را بیان کنید.

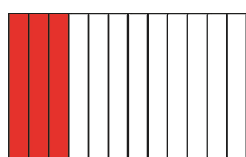
پاسخ:



$$\frac{1}{4}$$



$$\frac{2}{8}$$



$$\frac{3}{12}$$

با توجه به این که قسمت‌هایی که رنگ کردیم، با هم در هر سه کسر برابرند، بنابراین سه کسر با هم مساویند، داریم:

$$\frac{1}{4} = \frac{2}{8} = \frac{3}{12}$$

۱۱- با توجه به تساوی‌ها، جاهای خالی را با عدد مناسب کامل کنید و سپس کوچک‌ترین مخرج مشترک دو قسمت را مشخص کنید.

پاسخ:

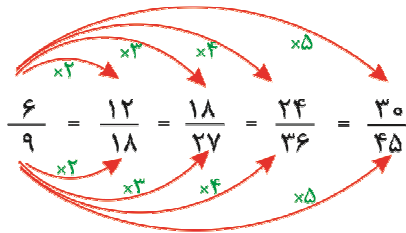
الف) $\frac{1}{4} = \frac{2}{8} = \frac{3}{12} = \frac{4}{16} = \frac{5}{20} = \frac{6}{24} = \frac{7}{28} = \frac{8}{32}$

ب) $\frac{2}{7} = \frac{4}{14} = \frac{6}{21} = \frac{8}{28} = \frac{10}{35}$

کوچک‌ترین مخرج مشترک دو کسر عدد ۲۸ می‌باشد.

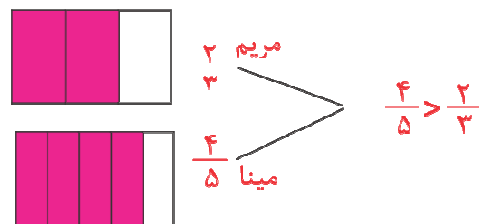
۱۲- چهار کسر مساوی $\frac{6}{9}$ بنویسید (با ضرب)

پاسخ:



۱۳- مریم $\frac{2}{3}$ کتاب فارسی و مینا $\frac{4}{5}$ کتاب فارسی را خوانده است. با رسم شکل نشان می‌دهیم کدام یک مقدار بیشتری از کتاب فارسی را خوانده است؟

پاسخ:



$$\frac{4}{5} > \frac{2}{3}$$

با توجه به شکل مینا مقدار بیشتری از کتاب فارسی را خوانده است بنابراین:

۱۴- در جاهای خالی علامت مناسب قرار دهید.

الف) $\frac{4}{7} \bigcirc \frac{4}{13}$

ب) $\frac{3}{11} \bigcirc \frac{7}{11}$

ج) $\frac{2}{3} \bigcirc \frac{4}{7}$

د) $2\frac{1}{6} \bigcirc \frac{22}{3}$

هـ) $1\frac{2}{3} \bigcirc 1\frac{1}{3}$

و) $\frac{23}{8} \bigcirc \frac{11}{3}$

پاسخ:

در قسمت (الف) صورت کسرها با هم برابر است، در نتیجه کسری بزرگ‌تر می‌باشد که مخرج آن کوچک‌تر است.

الف) $\frac{4}{7} \bigcirc \frac{4}{13}$

الف)

در قسمت (ب) مخرج‌ها با هم برابرند، بنابراین کسری که دارای صورت بیشتری می‌باشد، بزرگ‌تر است.

ب)

$$\text{ج) } \begin{cases} \frac{2 \times 7}{3 \times 7} = \frac{14}{21} \\ \frac{4 \times 3}{7 \times 3} = \frac{12}{21} \end{cases} \Rightarrow \frac{14}{21} = \frac{2}{3} \text{ } \textcircled{>} \text{ } \frac{4}{7} = \frac{12}{21}$$

ابتدا مخرج‌ها را یکی کردیم، سپس عددی که دارای صورت بیشتری است، به عنوان کسر بزرگ‌تر انتخاب کردیم.

$$\text{د) } 2\frac{1}{6} \text{ } \textcircled{>} \text{ } \frac{22}{3}$$

$$\left\{ \frac{22}{3} = 7\frac{1}{3} \Rightarrow \textcircled{2}\frac{1}{6} \text{ } \textcircled{<} \text{ } \textcircled{7}\frac{1}{3} \right.$$

ابتدا کسر $\frac{22}{3}$ را به عدد مخلوط تبدیل کردیم، سپس عدد مخلوطی که دارای واحدهای کامل بیشتری است را به عنوان عدد مخلوط بزرگ‌تر انتخاب می‌کنیم.

ه)

در این قسمت، واحدهای کامل با هم برابرند، بنابراین کسر را مقایسه می‌کنیم $1\frac{1}{3}$ دارای صورت بیشتری از $1\frac{0}{3}$ است.

در نتیجه $1\frac{1}{3}$ بزرگ‌تر می‌باشد.

$$\text{و) } \frac{23}{8} \text{ } \textcircled{>} \text{ } \frac{11}{3}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{23}{8} \left| \frac{11}{3} \right. \\ \hline -16 \quad 2 \\ \hline 7 \end{array} \Rightarrow \frac{23}{8} = 2\frac{7}{8} \right. \Rightarrow \textcircled{2}\frac{7}{8} = \frac{23}{8} \text{ } \textcircled{<} \text{ } \frac{11}{3} = \textcircled{3}\frac{2}{3}$$
$$\left. \begin{array}{l} \frac{11}{3} \left| \frac{23}{8} \right. \\ \hline -9 \quad 3 \\ \hline 2 \end{array} \Rightarrow \frac{11}{3} = 3\frac{2}{3} \right.$$

۱۵- کسرهای زیر را تا حد امکان ساده کنید.

$$\text{الف) } \frac{125}{200}$$

ب) $\frac{66 \times 28}{88 \times 54}$

ج) $\frac{250 \times 75}{225 \times 125}$

پاسخ:

هر عدد را به صورت حاصل ضرب مقسوم‌علیه‌هایش می‌نویسیم، سپس عدد مشترک را از صورت و مخرج ساده می‌کنیم:

الف) $\frac{125}{200} = \frac{25 \times 5}{2 \times 100} = \frac{\cancel{25} \times 5}{2 \times 4 \times \cancel{25}} = \frac{5}{8}$

ب) $\frac{66}{88} \times \frac{28}{54} = \frac{\cancel{6} \times \cancel{11}}{\cancel{8} \times \cancel{11}} \times \frac{\cancel{4} \times 7}{9 \times \cancel{6}} = \frac{7}{18}$

ج) $\frac{250 \times 75}{225 \times 125} = \frac{\cancel{25} \times 10 \times \cancel{5} \times \cancel{15}}{\cancel{15} \times 15 \times \cancel{5} \times \cancel{25}} = \frac{10}{15} = \frac{2}{3}$

۱۶- با استفاده از محور اعداد حاصل جمع و تفریق زیر را به دست آورید.

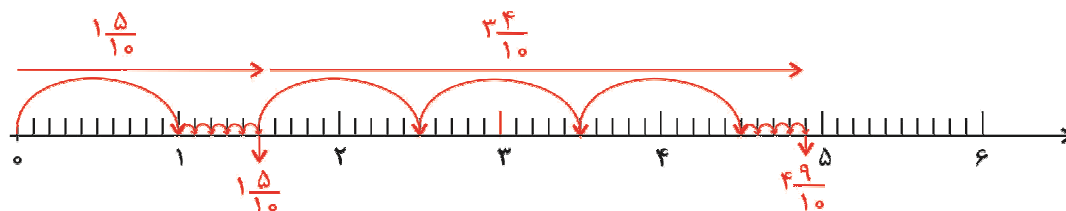
الف) $1\frac{1}{2} + 3\frac{2}{5}$

ب) $4\frac{2}{3} - 1\frac{1}{2}$

پاسخ:

الف) ابتدا مخرج‌ها را یکی می‌کنیم:

$\frac{1 \times 5}{2 \times 5} = \frac{5}{10}$ ، $\frac{3 \times 2}{5 \times 2} = \frac{6}{10}$

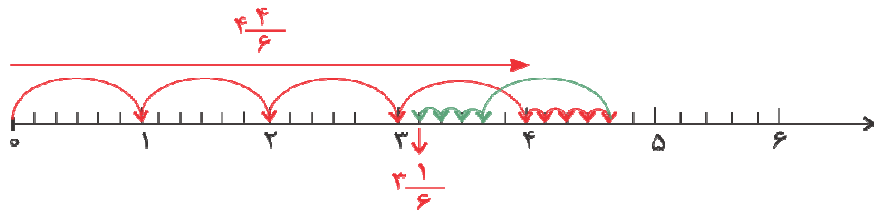


$1\frac{1}{2} + 3\frac{2}{5} = 1\frac{5}{10} + 3\frac{6}{10} = 4\frac{9}{10}$

ب) $4\frac{2}{3} - 1\frac{1}{2}$

در این جا مخرج‌ها را در ابتدا یکی می‌کنیم:

$$\frac{4 \times 2}{3 \times 2} = \frac{4}{3} \quad , \quad \frac{1 \times 3}{2 \times 3} = \frac{1}{2}$$



$$\frac{4}{3} - 1\frac{1}{2} = \frac{4}{3} - 1\frac{3}{6} = 3\frac{1}{6}$$

۱۷- حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

الف) $4 - 1\frac{1}{3}$ ب) $6\frac{1}{5} - 4\frac{3}{4}$ ج) $2\frac{1}{3} + 1\frac{1}{2} + 4\frac{3}{4}$

پاسخ:

$$\begin{aligned} \text{الف) } 4 - 1\frac{1}{3} &= (4-1) + (0 - \frac{1}{3}) = \cancel{3} + (0 - \frac{1}{3}) \\ &= 2 + (\frac{1 \times 3}{1 \times 3} - \frac{1}{3}) = 2 + (\frac{3}{3} - \frac{1}{3}) = 2 + \frac{2}{3} = 2\frac{2}{3} \end{aligned}$$

در تفریق کسرها، صفر از $\frac{1}{3}$ کوچک‌تر است، باید یک واحد از واحدهای کامل قرض بگیریم و به کسر اول بدهیم. کسر اول

همان ۱ یا $\frac{3}{3}$ می‌باشد.

$$\begin{aligned} \text{ب) } 6\frac{1}{5} - 4\frac{3}{4} &= (6-4) + (\frac{1 \times 4}{5 \times 4} - \frac{3 \times 5}{4 \times 5}) \\ &= \cancel{2} + (\frac{4}{20} - \frac{15}{20}) = 1 + (1\frac{4}{20} - \frac{15}{20}) \\ &= 1 + (\frac{24}{20} - \frac{15}{20}) = 1 + (\frac{9}{20}) = 1\frac{9}{20} \end{aligned}$$

در این قسمت هم، کسر اول کوچک‌تر است، بنابراین از واحدهای کامل قرض گرفتیم و به کسر اول دادیم و کسر اول به

عدد مخلوط $1\frac{4}{20}$ می‌رسد. سپس عدد مخلوط را به کسر تبدیل کردیم.

$$\begin{aligned} \text{ج) } 2\frac{1}{3} + 1\frac{1}{2} + 4\frac{3}{4} &= (2+1+4) + (\frac{1 \times 4}{3 \times 4} + \frac{1 \times 6}{2 \times 6} + \frac{3 \times 3}{4 \times 3}) \\ &= 7 + (\frac{4}{12} + \frac{6}{12} + \frac{9}{12}) = 7 + \frac{19}{12} = 7 + 1\frac{7}{12} \\ &= (7+1) + \frac{7}{12} \\ &= 8 + \frac{7}{12} = 8\frac{7}{12} \end{aligned}$$

در این جا مخرج مشترک را ۱۲ در نظر می‌گیریم. زیرا کوچک‌ترین مضرب مشترک ۲ و ۳ و ۴ می‌باشد. از طرفی جمع کسرها یعنی $\frac{19}{12}$ بزرگ‌تر از واحد است. آن را به عدد مخلوط تبدیل کردیم، سپس واحد کامل آن را با واحدهای کامل قبل جمع کردیم.

۱۸- امیر روز اول $2\frac{1}{3}$ ساعت، روز دوم $4\frac{1}{8}$ ساعت و روز سوم $\frac{1}{4}$ ساعت شنا کرده است. او در کل این سه روز چند ساعت شنا کرده است؟

پاسخ:

باید این سه عدد را جمع کنیم:

$$\begin{aligned} 2\frac{1}{3} + 4\frac{1}{8} + 1\frac{1}{4} &= (2+4+1) + \left(\frac{1 \times 8}{3 \times 8} + \frac{1 \times 3}{8 \times 3} + \frac{1 \times 6}{4 \times 6}\right) \\ &= 7 + \left(\frac{8}{24} + \frac{3}{24} + \frac{6}{24}\right) \\ &= 7 + \left(\frac{17}{24}\right) = 7\frac{17}{24} \end{aligned}$$

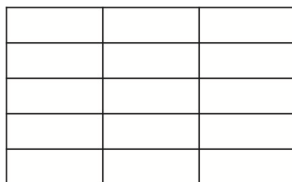
مخرج مشترک را ۲۴ در نظر می‌گیریم زیرا کوچک‌ترین مضرب مشترک ۳، ۴ و ۸ می‌باشد.

۱۹- حاصل ضرب زیر را با استفاده از شکل پیدا کنید.

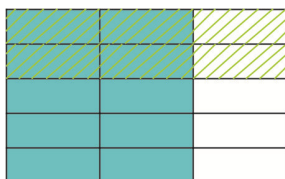
$$\frac{2}{3} \times \frac{2}{5}$$

پاسخ:

ابتدا یک مستطیل رسم می‌کنیم. یک ضلع را به ۳ قسمت و ضلع دیگر را به ۵ قسمت تقسیم می‌کنیم.



حالا ۲ قسمت از سه قسمت عمودی را آبی و ۲ قسمت از ۵ قسمت افقی را هاشور می‌زنیم:



۴ قسمت از شکل هم رنگ شده و هم هاشور خورده است. کل شکل هم ۱۵ قسمت می‌باشد، بنابراین داریم:

$$\frac{2}{3} \times \frac{2}{5} = \frac{4}{15}$$

۲۰- حاصل ضرب عبارتهای زیر را محاسبه کنید.

پاسخ:

$$\text{الف) } \frac{28}{21} \times \frac{60}{45} = \frac{28 \times 60}{21 \times 45} = \frac{4 \times \cancel{7} \times \cancel{6} \times \cancel{10}}{\cancel{3} \times \cancel{7} \times \cancel{5} \times 9} = \frac{16}{9} = 1\frac{7}{9}$$

$$\text{ب) } 5\frac{3}{5} \times 2\frac{3}{6} = \frac{28}{5} \times \frac{15}{6} = \frac{28 \times 15}{5 \times 6} = \frac{7 \times \cancel{4} \times \cancel{3} \times \cancel{5}}{\cancel{5} \times \cancel{2}} = \frac{7 \times 2}{1} = 14$$

۲۱- ماهان $\frac{3}{7}$ از $\frac{3}{4}$ پولش را یک خرید. ماهان چه کسری از پولش را یک خریده است؟

پاسخ:

$\frac{3}{4}$ از $\frac{3}{7}$ یعنی باید $\frac{3}{7}$ را در $\frac{3}{4}$ ضرب کنیم، بنابراین داریم:

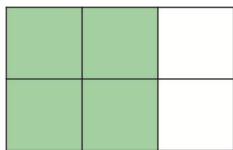
$$\frac{3}{7} \times \frac{3}{4} = \frac{3 \times 3}{7 \times 4} = \frac{9}{28}$$

از پولش را یک خرید

۲۲- تقسیم زیر را با استفاده از شکل انجام دهید.

$$\frac{2}{3} \div \frac{1}{2}$$

پاسخ:



مخرجها را یکی می‌کنیم:

$$\frac{2 \times 2}{3 \times 2} = \frac{4}{6}, \quad \frac{1 \times 3}{2 \times 3} = \frac{3}{6}$$

حالا باید بفهمیم در $\frac{4}{6}$ ، چند تا $\frac{3}{6}$ وجود دارد؟



بله، ۱ و $\frac{1}{3}$ باقی می‌ماند.

$$\frac{2}{3} \div \frac{1}{2} = \frac{4}{6} \div \frac{3}{6} = 1\frac{1}{3} = \frac{4}{3}$$

۲۳- حاصل تقسیم‌های زیر را محاسبه کنید.

الف) $\frac{15}{49} \div \frac{5}{7}$

ب) $3\frac{1}{4} \div 1\frac{1}{12}$

ج) $\frac{4}{28} \div \frac{1}{5}$

پاسخ:

$$\text{الف) } \frac{15}{49} \div \frac{5}{7} = \frac{15}{49} \times \frac{7}{5} = \frac{3 \times 1}{7 \times 1} = \frac{3}{7}$$

$$\text{ب) } 3\frac{1}{4} \div 1\frac{1}{12} = \frac{13}{4} \div \frac{13}{12} = \frac{13}{4} \times \frac{12}{13} = \frac{1 \times 3}{1} = 3$$

$$\text{ج) } \frac{4}{28} \div \frac{1}{5} = 4 \div \frac{28}{5} = \frac{4}{1} \times \frac{5}{28} = \frac{1 \times 5}{7} = \frac{5}{7}$$

۲۴- ریحانه $\frac{4}{6}$ کیکش را بین ۶ نفر تقسیم کرد. سهم هر نفر چه کسری از کل کیک می‌باشد؟

پاسخ:

$$\frac{4}{6} \div 6 = \frac{4}{6} \times \frac{1}{6} = \frac{1 \times 1}{3 \times 3} = \frac{1}{9}$$

$\frac{1}{9}$ از کل کیک به هر نفر رسیده است.

آموزش تکمیلی

پیدا کردن کسری بین دو کسر

این سوال وجود دارد که آیا همیشه بین هر دو کسری، کسرهای دیگری وجود دارد؟

پاسخ این سوال مثبت می‌باشد، زیرا می‌توانیم همیشه یک کسر را به چند قسمت تقسیم کنیم و این کار را هر تعداد بار که

بخواهیم، می‌توانیم انجام دهیم. در این قسمت یکی از روش‌های پیدا کردن کسری بین دو کسر را در قالب مثال بیان می‌کنیم:

(روش جمع صورت‌ها و مخرج‌ها): با جمع صورت‌ها و مخرج‌های دو کسر، کسری به دست می‌آید که بین آن دو قرار دارد.

مثال: بین کسر $\frac{1}{3}$ و $\frac{2}{7}$ می‌خواهیم سه کسر دیگر پیدا کنیم.

ابتدا کسر کوچک‌تر را می‌نویسیم

$$\frac{6}{21} = \frac{2 \times 3}{7 \times 3} < \frac{1 \times 7}{3 \times 7} = \frac{7}{21}$$

پس $\frac{2}{7}$ کوچک‌تر می‌باشد.

حالا صورت‌ها را با هم جمع و مخرج‌ها را نیز با هم جمع می‌کنیم:

$$\frac{2}{7} < \frac{2+1}{7+3} = \frac{3}{10} < \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{2}{7} < \frac{3}{10} < \frac{1}{3}$$

پس اولین کسر $\frac{3}{10}$ می‌باشد. حالا بین $\frac{3}{10}$ و $\frac{1}{3}$ کسر دیگری پیدا می‌کنیم. (می‌توانید بین $\frac{3}{10}$ و نیز کار را انجام

دهید)

$$\frac{2}{7} < \frac{3}{10} < \frac{3+1}{10+3} = \frac{4}{13} < \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{2}{7} < \frac{3}{10} < \frac{4}{13} < \frac{1}{3}$$

به $\frac{4}{13}$ رسیدیم. برای به‌دست آوردن کسر سوم، بین $\frac{4}{13}$ و $\frac{1}{3}$ این کار را ادامه می‌دهیم:

$$\frac{2}{7} < \frac{3}{10} < \frac{4}{13} < \frac{4+1}{13+3} = \frac{5}{16} < \frac{1}{3}$$

کسر $\frac{5}{16}$ به‌دست آمد. در نتیجه سه کسر $\frac{3}{10}$ ، $\frac{4}{13}$ و $\frac{5}{16}$ بین $\frac{2}{7}$ و $\frac{1}{3}$ وجود دارد. اگر این کار را ادامه دهیم

کسرهای بیش‌تری می‌توانیم پیدا کنیم.

یافتن عدد مناسب در یک تساوی کسر

برای به‌دست آوردن عدد مناسب در جای خالی از قاعده‌ی طرفین – وسطین استفاده می‌کنیم. این قاعده در مثال زیر

توضیح داده شده است.

مثال: در جای خالی عدد مناسب قرار می‌دهیم:

الف) $\frac{\square}{4} = \frac{28}{8}$

ب) $\frac{32}{12} = \frac{\square}{9}$

ج) $\frac{91}{21} = \frac{26}{\square}$

د) $\frac{14}{\square} = \frac{49}{14}$

در حل این مثال عددهای روبه‌رو را در هم ضرب و بر عدد مقابل جای خالی تقسیم می‌کنیم:

(الف) $\frac{\square}{4} = \frac{28}{8} \Rightarrow \square = \frac{4 \times 28}{8} = 14$

(ب) $\frac{32}{12} = \frac{\square}{9} \Rightarrow \square = \frac{32 \times 9}{12} = 24$

(ج) $\frac{91}{21} = \frac{26}{\square} \Rightarrow \square = \frac{26 \times 21}{91} = 6$

(د) $\frac{14}{\square} = \frac{49}{14} \Rightarrow \square = \frac{14 \times 14}{49} = 4$

نکته: اگر فقط صورت کسری را در یک عدد ضرب کنیم، آن کسر به همان اندازه بزرگ‌تر می‌شود و هر گاه فقط مخرج کسری در یک عدد ضرب شود، آن کسر به همان اندازه کوچک می‌شود.

مثال: اگر مخرج کسر $\frac{3}{5}$ را چهار برابر کنیم کسر $\frac{3}{20}$ به دست می‌آید که ربع کسر اولیه است.

زمان پر شدن یک استخر با دو شیر ورودی

اگر استخری داشته باشیم که دارای دو شیر ورودی و یک شیر خروجی باشد و سه شیر را همزمان باز کنیم، زمان پر شدن استخر به صورت زیر خواهد بود:

$$\frac{1}{\text{زمان پر شدن استخر}} = \frac{1}{\text{زمان شیر ورودی ۱}} + \frac{1}{\text{زمان شیر ورودی ۲}} - \frac{1}{\text{زمان شیر خروجی}}$$

مثال: استخری دارای ۲ شیر ورودی و یک شیر خروجی است. شیر ورودی اول در ۱۵ ساعت و شیر ورودی دوم در ۲۰ ساعت استخر را پر می‌کند. اگر شیر تخلیه، استخر را در ۳۰ ساعت خالی کند و هم زمان دو شیر ورودی باز باشد، این استخر در چه مدت زمانی پر می‌شود؟

$$\frac{1}{\text{زمان پر شدن استخر}} = \frac{1}{\text{زمان شیر ورودی ۱}} + \frac{1}{\text{زمان شیر ورودی ۲}} - \frac{1}{\text{زمان شیر خروجی}}$$

$$= \frac{1}{15} + \frac{1}{20} - \frac{1}{30}$$

مخرج مشترک را ۶۰ در نظر می‌گیریم زیرا کوچک‌ترین مضرب مشترک ۱۵ و ۲۰ و ۳۰ می‌باشد.

$$\frac{1}{\text{زمان پر شدن}} = \frac{1 \times 4}{15 \times 4} + \frac{1 \times 3}{20 \times 3} - \frac{1 \times 2}{30 \times 2} = \frac{4}{60} + \frac{3}{60} - \frac{2}{60} = \frac{7}{60} - \frac{2}{60} = \frac{5}{60}$$

حال اگر بخواهیم زمان پر شدن استخر را پیدا کنیم، کافی است کسر را بر عکس کنیم، یعنی جای صورت و مخرج را عوض کنیم:

$$\frac{1}{\text{زمان پر شدن}} = \frac{5}{60}$$

$$\Rightarrow \text{ساعت ۱۲} = \frac{1 \times 60}{5} = \frac{60}{5}$$

کسرهای مسلسل

کسر مسلسل به کسری گفته می‌شود که در مخرج یا صورتش می‌توان کسرهای دیگر هم پیدا کرد. برای حل این نوع کسرها از آخرین کسر موجود در مخرج یا صورت عملیات را شروع می‌کنیم تا به ساده‌ترین کسر برسیم.

مثال: حاصل عبارت زیر را محاسبه می‌کنیم:

$$1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{3 - \frac{1}{4}}}$$

در این جا ابتدا حاصل $3 - \frac{1}{4}$ را به دست می‌آوریم:

$$\frac{3 \times 4}{1 \times 4} - \frac{1}{4} = \frac{12}{4} - \frac{1}{4} = \frac{11}{4} \Rightarrow 1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{\frac{11}{4}}}$$

$\frac{1}{\frac{11}{4}}$ یعنی $\frac{11}{4} \div 1$. حالا این عبارت را محاسبه می‌کنیم:

$$1 \div \frac{11}{4} = 1 \times \frac{4}{11} = \frac{4}{11} \Rightarrow 1 + \frac{1}{2 + \frac{4}{11}}$$

سپس حاصل عبارت $2 + \frac{4}{11}$ را پیدا می‌کنیم:

$$\frac{2 \times 11}{1 \times 11} + \frac{4}{11} = \frac{22 + 4}{11} = \frac{26}{11} \Rightarrow 1 + \frac{1}{\frac{26}{11}}$$

$\frac{1}{\frac{26}{11}}$ بدین معناست که $\frac{26}{11} \div 1$ ، لذا داریم:

$$1 \div \frac{26}{11} = 1 \times \frac{11}{26} = \frac{11}{26} \Rightarrow 1 + \frac{11}{26}$$

در انتها حاصل $1 + \frac{11}{26}$ را به دست می‌آوریم:

$$\frac{1 \times 26}{1 \times 26} + \frac{11}{26} = \frac{26}{26} + \frac{11}{26} = \frac{37}{26} = 1 \frac{11}{26}$$

فصل سوم: اعداد اعشاری

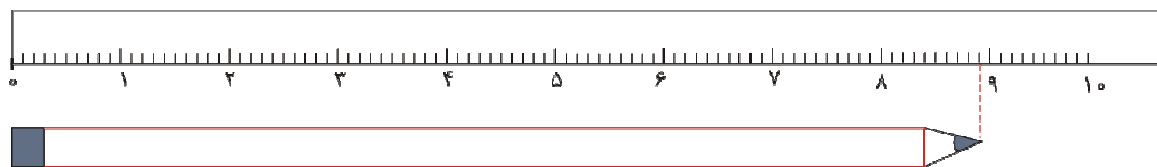
آموزش مفهومی

خش اول: یادآوری

نمایش اعداد اعشاری

در بین کسرها، کسرهایی وجود دارد که دارای مخرج ۱۰، ۱۰۰ و ... هستند. در این صورت این کسرها یا عددهای مخلوط را می‌توان به صورت نمایش جدیدی به نام عدد اعشاری نشان دهیم. برای این کار کافی است عدد صحیح (واحد کامل) را نوشته، علامت ممیز (/) را جلوی آن قرار دهیم، سپس عدد کوچکتر از واحد را مقابل ممیز بنویسیم.

مثال: با توجه به اندازه نشان داده شده برای طول یک مداد، آن را به صورت کسر، عدد مخلوط و عدد اعشاری می‌نویسیم.



پاسخ:

با توجه به شکل داریم:

$$8 \frac{9}{10} = \frac{89}{10}$$

برای نوشتن عدد اعشاری ابتدا قسمت صحیح را می‌نویسیم، ممیز را قرار داده، سپس قسمت کوچکتر از واحد را

می‌گذاریم:

$$8 \frac{9}{10} = \frac{89}{10} = 8.9$$

برای اینکه بتوان یک کسر را به صورت عدد اعشاری بنویسیم، کافی است مخرج آن را به ۱۰، ۱۰۰ و ... تبدیل کنیم. برای

این کار از تساوی کسرها استفاده می‌کنیم. وقتی در مخرج کسر به عدد ۱۰، ۱۰۰ و ... رسیدیم، آنگاه باید ابتدا عدد صورت را

نوشته، سپس از سمت راست به چپ به تعداد صفرهای مخرج شمارش کرده و ممیز را قرار دهیم. (اگر رقمی برای شمارش وجود نداشت، صفر قرار می‌دهیم).

مثال: کسرهای زیر را به صورت عدد اعشاری می‌نویسیم:

الف) $\frac{7}{20}$

ب) $\frac{88}{500}$

پاسخ:

ابتدا مخرج‌ها را به ۱۰، ۱۰۰ و ... تبدیل می‌کنیم:

الف) $\frac{7}{20} = \frac{35}{100} = \frac{0.35}{1}$
 ۲ رقم اعشار $\times 5$
 ۲ رقم اعشار $\times 5$

ب) $\frac{88 \times 2}{500 \times 2} = \frac{176}{1000} = \frac{0.176}{1}$
 ۳ رقم اعشار $\times 2$
 ۳ رقم اعشار

برای تبدیل عدد اعشاری به کسر، ابتدا ممیز را حذف می‌کنیم و عدد حاصل را در صورت کسر می‌نویسیم، سپس در مخرج کسر در مقابل عدد ۱ به تعداد رقم‌های اعشاری، عدد صفر را قرار می‌دهیم.

مثال: اعداد اعشاری زیر را به صورت کسر نمایش می‌دهیم:

الف) $8/23$

ب) $0/003$

پاسخ:

الف) $\frac{8/23}{100} = \frac{823}{100}$
 ۲ رقم اعشار

ب) $\frac{0/003}{1000} = \frac{3}{1000}$
 ۳ رقم اعشار

همان‌طور که در اعداد، هر عدد را با توجه به ارزش مکانی آن می‌نوشتیم، در اعداد اعشاری نیز می‌توان این کار را انجام داد. برای نوشتن گسترده‌ی اعشاری یک عدد ابتدا آن را در جدول ارزش مکانی قرار داده، سپس هر عدد را بنا به ارزش مکانی می‌نویسیم.

مثال: گسترده عدد اعشاری $18/203$ را می‌نویسیم:

پاسخ:

دهگان	یکان	دهم	صدم	هزارم
۱	۸	۲	۰	۳

$$18/203 = 10 + 8 + 0/2 + 0/003$$

اگر در سمت راست رقم‌های اعشاری، عدد صفر قرار گیرد، این عدد ارزشی ندارد، می‌توان آن را حذف کرد.

مثال:

الف)

$$80/3090 = 80/309$$

ج)

$$8/700 = 8/7$$

ب)

$$1/050 = 1/05$$

د)

$$30/090 = 30/09$$

در تساوی‌های بالا، صفرهای آخر (جلوی اعداد) را حذف کردیم.

اعداد اعشاری را می‌توان مانند کسرها و اعداد مخلوط، با هم مقایسه کرد. برای این کار ابتدا قسمت صحیح را مقایسه کرده،

سپس به ترتیب دهم، صدم، هزارم و ... را با هم مقایسه می‌کنیم:

مثال:

الف)

$$3/29 \quad \overset{3 < 14}{<} \quad 14/308$$

ب)

$$2/9 \quad \overset{1 < 3}{>} \quad 2/9 \quad \overset{2=2}{=} \quad 2/9 \quad \overset{9=9}{=} \quad 2/9 \quad \overset{1 > 0}{>} \quad 2/9$$

ج)

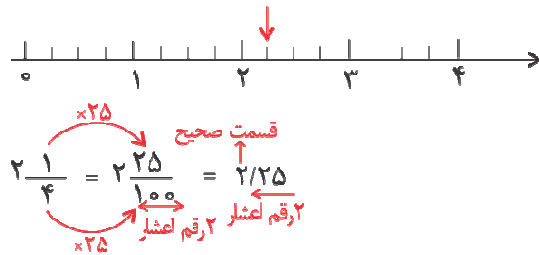
$$0/07 \quad \overset{0 < 7}{<} \quad 0/7$$

در نمایش اعداد اعشاری روی محور، اگر تعداد تقسیم‌های هر واحد ۱۰ قسمت نبود، ابتدا عدد را به صورت کسر یا عدد

مخلوط می‌نویسیم، سپس با استفاده از کسرهای مساوی به مخرج ۱۰، ۱۰۰ و ... تبدیل می‌کنیم.

مثال: عدد اعشاری مربوط به نقطه مشخص شده را می‌نویسیم:

پاسخ:



محل تقریبی عدد روی محور نشان داده شده است.

جمع و تفریق اعشاری

برای جمع و تفریق اعداد اعشاری می‌توانیم از محور اعداد استفاده کنیم. این کار را همانند کسرها انجام می‌دهیم، با این

تفاوت که هر واحد را به ۱۰ و ۱۰۰ و ... قسمت مساوی می‌بایست تقسیم کرد.

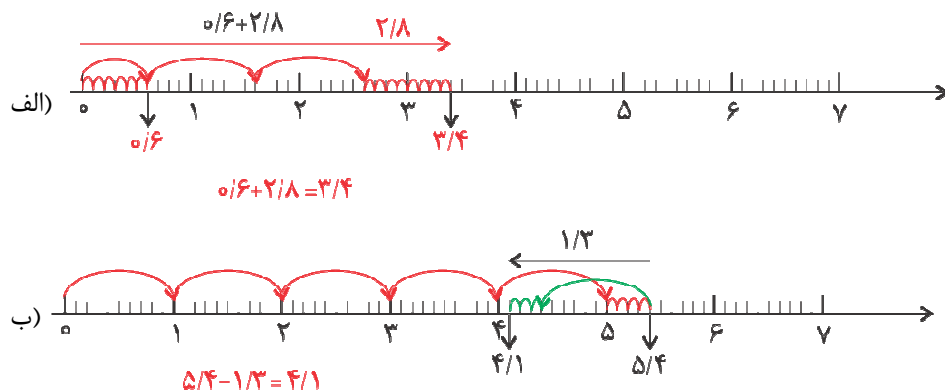
مثال: حاصل جمع و تفریق زیر را به کمک محور اعداد به دست می‌آوریم:

$$ب) \quad 5/4 - 1/3$$

$$0/6 + 2/8$$

الف)

پاسخ:



اگر بخواهیم جمع و تفریق اعداد اعشاری را از طریق محاسبات انجام دهیم، کافی است هر عدد را با ارزش مکانی خودش جمع یا کم کنیم، هر گاه به ممیز رسیدیم، آن را در جواب قرار دهیم. در این روش باید دقت کنیم که اعداد اعشاری به ترتیب در جای خود باشند. یعنی دهگان زیر دهگان، یکان زیر یکان، دهم زیر دهم، صدم زیر صدم و ... و ممیزها نیز زیر هم قرار گیرند.

مثال: حاصل جمع و تفریق عبارتهای زیر را بیابید:

پاسخ:

الف) $80/24 - 7/39$

ب) $39/3 + 12/05$

ابتدا باید اعداد را به ترتیب در زیر هم قرار دهیم:

$$\begin{array}{r} 9 \\ 7 \cancel{2} \\ \cancel{8} \\ \hline \text{الف) } - 7 \\ \hline 7 \end{array}$$

چون $39/3$ رقم صدم ندارد، پس صفر قرار می‌دهیم زیرا ارزشی هم ندارد.

$$\begin{array}{r} 1 \\ 39/30 \\ \text{ب) } + 12/05 \\ \hline 51/35 \end{array}$$

توجه کنید که جمع و تفریق از طریق محاسبات خیلی آسان‌تر از استفاده از محور اعداد می‌باشد.

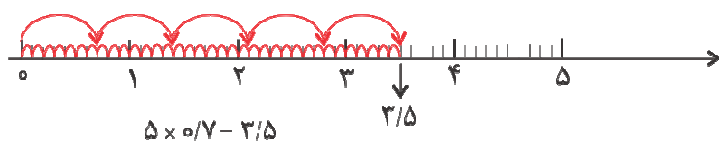
بخش دوم: یادآوری ضرب و تقسیم اعشاری

برای ضرب یک عدد در یک عدد اعشاری می‌توانیم از شکل و محور اعداد استفاده کنیم.

مثال: حاصل ضرب $5 \times 0/7$ را با استفاده از محور اعداد به دست می‌آوریم:

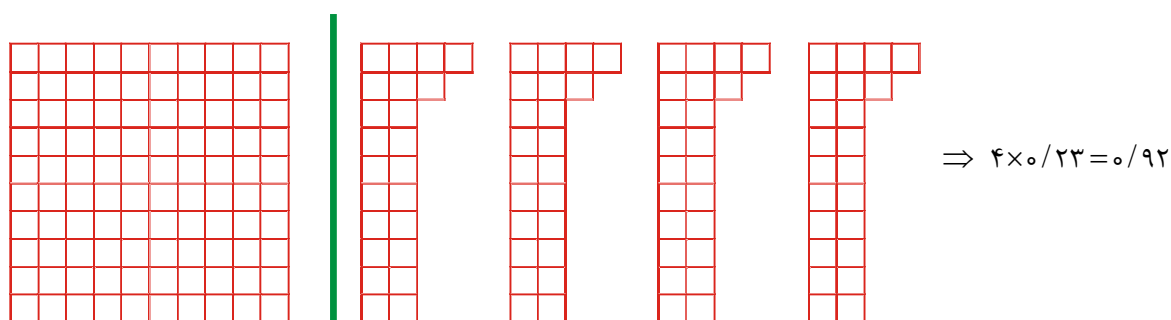
بر روی محور به تعداد عدد اعشاری حرکت می‌کنیم، نقطه انتهایی جواب حاصلضرب می‌باشد.

پاسخ:



مثال: حاصل ضرب $4 \times 0/23$ را به کمک شکل به دست می‌آوریم:

پاسخ:



حاصل کل شکل ۹۲ تکه می‌باشد، بنابر حاصل ضرب $\frac{92}{100}$ یا $0/92$ است.

در ضرب اعداد اعشاری در اعداد اعشاری از طریق محاسبات می‌بایست ابتدا ممیزها را نادیده بگیریم، سپس اعداد را مانند ضرب معمولی در هم ضرب کنیم. در انتها به تعداد مجموع رقم‌های اعشاری دو عدد، در جواب ممیز قرار می‌دهیم. برای اینکار از سمت راست جواب می‌شماریم و بعد ممیز را قرار می‌دهیم.

مثال: حاصل ضرب‌های زیر را به دست می‌آوریم:

پاسخ:

الف) $0/8 \times 3/14$

$$0/8 \times 3/14 = 2/512$$

رقم ۱ اعشار (الف) رقم ۲ اعشار رقم ۳ اعشار

رقم ۳ اعشار = ۲ + ۱

ب) $2/2 \times 0/34$

$$\begin{array}{r} 13 \\ 314 \\ \times 8 \\ \hline 2512 \end{array}$$

ج) $7/2 \times 1/5$

ب) $2/2 \times 0/34 = 0/748$

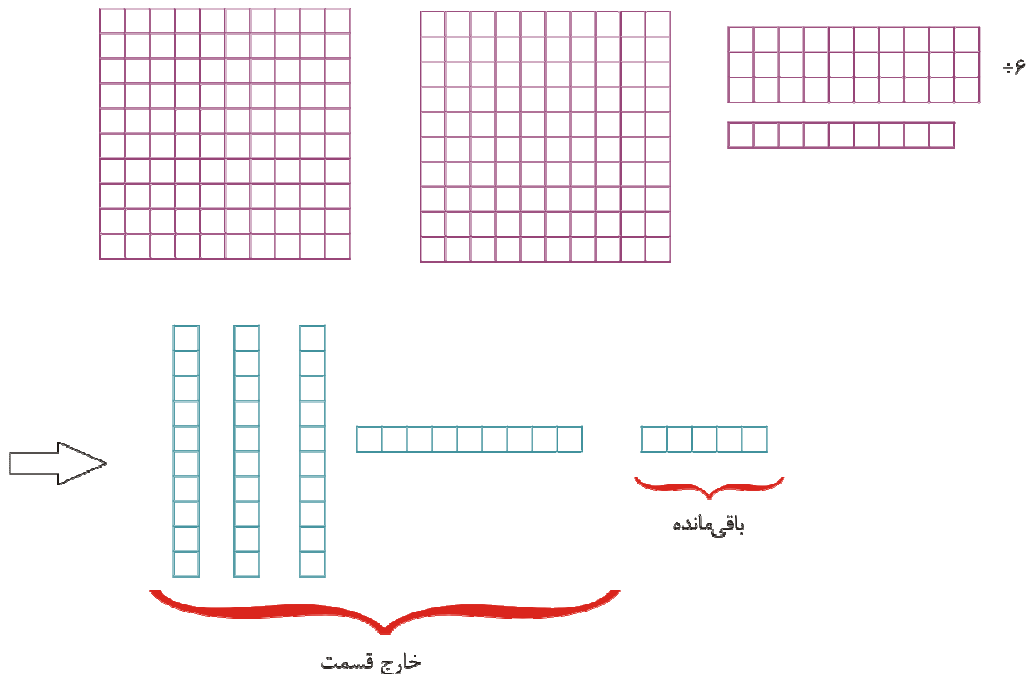
رقم ۱ اعشار رقم ۲ اعشار رقم ۳ اعشار

رقم ۳ اعشار = ۱ - ۲

$$\begin{array}{r} 34 \\ \times 22 \\ \hline 68 \\ 1 \\ + 680 \\ \hline 748 \end{array}$$

بخش سوم: تقسیم عدد اعشاری بر عدد طبیعی

در تقسیم عدد طبیعی بر عدد طبیعی از دو روش شکل و محاسبه می‌توانیم استفاده کنیم. بعد از تقسیم واحدهای کامل، هر واحد باقی‌مانده را به واحدهای کوچکتر تقسیم کرده و واحدهای کوچکتر را پخش می‌کنیم.
مثال: حاصل تقسیم $۲۳۹ \div ۶$ را از طریق شکل به دست می‌آوریم.



به هر قسمت ۳ واحد ۱۰ تایی و ۹ تا یکی می‌رسد و ۵ تا یکی باقی می‌ماند.

به دست آوردن تقسیم از راه محاسبات آسان‌تر می‌باشد، فقط باید دقت کنیم که تقسیم را تا جایی ادامه دهیم که باقی‌مانده از مقسوم‌علیه کوچکتر شود.

مثال: حاصل تقسیم $۲۳۹ \div ۶$ را از طریق محاسبات به دست می‌آوریم:

پاسخ:

$$\begin{array}{r}
 ۲۳۹ \\
 - ۱۸ \\
 \hline
 ۵۵۹ \\
 ۵۴ \\
 \hline
 ۵
 \end{array}$$

خارج قسمت $\rightarrow ۳۹$

باقی‌مانده $\leftarrow ۵$

برای اینکه اطمینان پیدا کنیم که تقسیم را درست انجام داده‌ایم کافی است هر دو رابطه زیر برقرار باشد.

۱- مقسوم‌علیه < باقی‌مانده

۲- باقی‌مانده + مقسوم‌علیه \times خارج قسمت = مقسوم

مثال: امتحان تقسیم $۲۳۹ \div ۶$ را انجام می‌دهیم:

پاسخ:

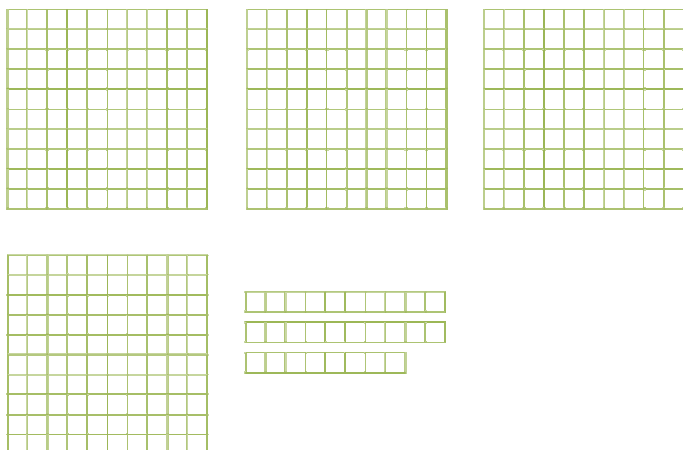
(۱) $۵ < ۶$

(۲) $۲۳۹ = ۶ \times ۳۹ + ۵ = ۲۳۴ + ۵ = ۲۳۹$

هر دو رابطه برقرار است، بنابراین تقسیم درست انجام شده است.
اگر بخواهیم عدد اعشاری را بر عدد طبیعی تقسیم کنیم، می‌توانیم همانند تقسیم عدد طبیعی بر عدد طبیعی عمل کنیم.
یعنی هم از طریق شکل و هم از طریق محاسبات.

از طریق شکل، ابتدا واحدهای کامل را تقسیم می‌کنیم، سپس واحدهای باقی‌مانده را باز می‌کنیم و آن را نیز پخش می‌نمائیم.
مثال: حاصل تقسیم $3 \div 4/28$ را از شکل به دست می‌آوریم.

پاسخ:



واحد = ۱۰۰ تایی

۰/۱ = ۱۰ تایی

۰/۰۱ = یکی

به هر قسمت ۱ واحد کامل، ۴ واحد ۰/۱ و ۲ واحد ۰/۰۱ می‌رسد و ۲ واحد ۰/۰۱ باقی‌مانده داریم. در نتیجه:

$$۱ + ۴ \times ۰/۱ + ۲ \times ۰/۰۱ = \text{خارج قسمت}$$

$$= ۱ + ۰/۴ + ۰/۰۲ = ۱/۴۲$$

$$۰/۰۲ = ۲ \times ۰/۰۱ = \text{باقی‌مانده}$$

در اینجا ۱ واحد کامل را باز کردیم و با ۲ تا ۰/۱ تایی جمع کردیم:

$$۱ + ۰/۲ = ۱/۲$$

سپس ۱/۲ را تقسیم کردیم و باقی‌مانده آن را با ۰/۰۸ جمع کردیم و این کار را ادامه دادیم تا در انتها به عدد ۱/۴۲ در خارج قسمت و ۰/۰۲ در باقی‌مانده رسیدیم.

می‌توانیم تقسیم عدد اعشاری بر عدد طبیعی را از راه محاسبات انجام دهیم. برای اینکار همانند تقسیم عدد طبیعی بر عدد طبیعی عمل می‌کنیم و هر جا به ممیز رسیدیم، در خارج قسمت و باقی‌مانده ممیز قرار می‌دهیم. فقط باید توجه کرد که تعداد رقم‌های اعشاری باقی‌مانده با تعداد رقم‌های اعشاری مقسوم باید برابر باشد.

مثال: حاصل تقسیم $3 \div 4/28$ را از روش محاسبات به دست می‌آوریم:

پاسخ:

$$\begin{array}{r}
 4/28 \\
 - 3 \\
 \hline
 12 \\
 - 12 \\
 \hline
 008 \\
 006 \\
 \hline
 002
 \end{array}
 \quad \left| \begin{array}{l} 3 \\ \hline 1/42 \end{array} \right.$$

خرج قسمت \rightarrow $1/42$

باقی مانده

بخش چهارم: تقسیم یک عدد بر عدد اعشاری

هرگاه بخواهیم عدد اعشاری یا عدد طبیعی را بر عدد اعشاری تقسیم کنیم، کافی است عدد اعشاری مقسوم‌علیه را به عدد طبیعی تبدیل نمائیم. برای این کار کافی است مقسوم‌علیه را در ۱۰ و ۱۰۰ و ... ضرب کنیم. برای اینکه خارج قسمت تغییر پیدا نکند مقسوم را هم در همان عدد ضرب می‌کنیم. اما باقی‌مانده باید بر همان عدد تقسیم شود.

مثال: حاصل تقسیم‌های زیر را به دست می‌آوریم:

پاسخ:

الف) $9 \div 6$

ب) $90 \div 60$

ج) $900 \div 600$

$$\begin{array}{r}
 \times 100 \\
 \times 10 \\
 \hline
 9 \quad | \quad 6 \quad | \quad 90 \quad | \quad 60 \quad | \quad 900 \quad | \quad 600 \\
 - 6 \quad | \quad \quad | - 60 \quad | \quad \quad | - 600 \quad | \quad \quad \\
 \hline
 3 \quad | \quad 1 \quad | \quad 30 \quad | \quad 1 \quad | \quad 300 \quad | \quad 1
 \end{array}$$

همان‌طور که در تقسیم می‌بینیم، خارج قسمت با ضرب کردن مقسوم و مقسوم‌علیه تغییری نکرده اما باقی‌مانده در همان عدد

ضرب شده است. برای اینکه بتوان به باقی‌مانده اصلی برسیم، کافی در انتهای تقسیم، باقی‌مانده را بر همان عدد تقسیم نمائیم.

مثال: حاصل تقسیم‌های زیر را تا یک رقم اعشار در خارج قسمت انجام می‌دهیم و خارج قسمت و باقی‌مانده آن را مشخص

می‌کنیم:

الف) $36/17 \div 0/5$

ب) $9/64 \div 0/23$

پاسخ:

الف) $\begin{cases} 0/5 \times 10 = 5/0 = 5 \\ 36/17 \times 10 = 361/70 = 361/7 \end{cases}$

برای اینکه $0/5$ به عدد طبیعی تبدیل شود، کافی است $0/5$ را در 10 ضرب کنیم اما مقسوم را هم می‌بایست در 10 ضرب کنیم تا در خارج قسمت تغییری ایجاد نشود.

$$\begin{array}{r}
 36/17 \mid 0/5 \\
 \hline
 \end{array}
 \xrightarrow{\times 10}
 \begin{array}{r}
 361/7 \\
 - 25 \\
 \hline
 011 \\
 - 10 \\
 \hline
 17 \\
 15 \\
 \hline
 0/2
 \end{array}
 \begin{array}{r}
 5 \\
 \hline
 72/3
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 \text{خارج قسمت} \\
 \text{تا یک رقم اعشار}
 \end{array}$$

\swarrow باقی مانده

برای به دست آوردن باقی مانده اصلی، کافی است باقی مانده به دست آمده را بر 10 تقسیم کنیم:

$$0/2 \div 10 \rightarrow 0/20 \mid 10 \Rightarrow 0/2 \div 10 = 0/02$$

$$\begin{array}{r}
 0/20 \\
 - 0/20 \\
 \hline
 0/00
 \end{array}
 \begin{array}{r}
 10 \\
 0/02
 \end{array}$$

باقی مانده اصلی

ب) $\begin{cases} 0/23 \times 100 = 23/00 = 23 \\ 9/64 \times 100 = 964/00 = 964 \end{cases}$

$0/23$ را در 100 ضرب کردیم تا ممیز حذف شود.

$$\begin{array}{r}
 9/64 \mid 0/23 \\
 \hline
 \end{array}
 \xrightarrow{\times 100}
 \begin{array}{r}
 964/0 \\
 92 \\
 \hline
 44 \\
 - 23 \\
 \hline
 210 \\
 207 \\
 \hline
 00/3
 \end{array}
 \begin{array}{r}
 23 \\
 \hline
 41/9
 \end{array}$$

صورت سوال، جواب تقسیم را تا یک رقم اعشار در خارج قسمت خواسته بود، بنابراین جلوی مقسوم ممیز و یک صفر قرار دادیم تا خارج قسمت تا یک رقم اعشار باشد. حالا باقی مانده اصلی را به دست می‌آوریم. مقسوم و مقسوم علیه را در 100 ضرب کردیم، در نتیجه باقی مانده می‌بایست بر 100 تقسیم شود:

$$00/3 \div 100 = 0/003$$

توجه: برای رسیدن به رقم‌های اعشاری خواسته شده در خارج قسمت، می‌توان به تعداد لازم در مقسوم و پس از ممیز گذاشتن صفر قرار داد.

محاسبات ذهنی اعداد اعشاری

گاهی در برخی از ضرب‌ها و تقسیم‌های اعشاری می‌توان بدون استفاده از راه‌حل‌های قبل، به طور ذهنی به جواب برسیم. برای این کار کافی است به نکات زیر توجه نمائیم.

(۱) در ضرب و تقسیم اعداد اعشاری می‌توان آن‌ها را به کسر تبدیل کرد و سپس ساده کنیم.

مثال:

$$0,7 \div 10 = \frac{7}{10} \div 10 = \frac{7}{10} \times \frac{1}{10} = \frac{7}{100} = 0,07$$

(۲) اگر هر عدد اعشاری را در ۱۰ و ۱۰۰ و ... ضرب کنیم، ممیز آن به تعداد صفرهای عدد ضرب شده به جلو حرکت می‌کند. اگر عدد اعشاری بر ۱۰ و ۱۰۰ و ... تقسیم شود، ممیز آن به تعداد صفرهای عدد تقسیم شده به عقب حرکت می‌کند.

مثال:

ضرب (ممیز به جلو حرکت می‌کند)

الف) $9,258 \times 100 = 925,8$
 تا ۲ صفر داریم

ضرب داشتیم، بنابراین ممیز دو رقم به سمت جلو حرکت می‌کند.

ب) $296,076 \div 100 = 2,96076$
 تا ۲ صفر داریم

تقسیم (ممیز به عقب حرکت می‌کند)

تقسیم داشتیم، در نتیجه ممیز دو رقم به سمت عقب حرکت می‌کند.

(۳) در تقسیم عدد اعشاری بر عدد اعشاری اگر تعداد رقم‌های اعشار برابر بود می‌توان ممیز را حذف کرد و اعداد را بر هم تقسیم نمود تا خارج قسمت به دست آید. گاهی می‌توان در صورت برابر نبودن رقم‌های اعشار، در مقابل عددی که رقم کمتری دارد صفر گذاشت تا رقم‌های اعشار با هم برابر باشند.

مثال:

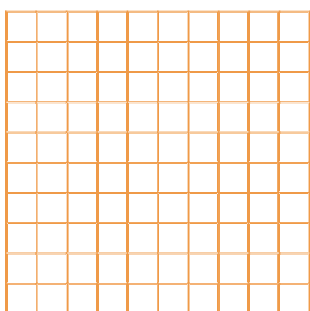
الف) $0,54 \div 0,09 = 54 \div 9 = 6$
 رقم ۲ رقم ۲

ب) $8,1 \div 0,03 = 81 \div 3 = 27$
 رقم ۲ رقم ۲

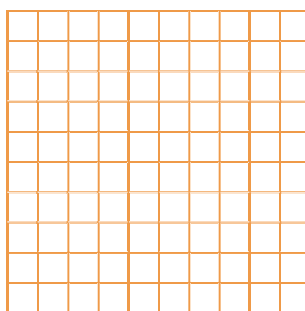
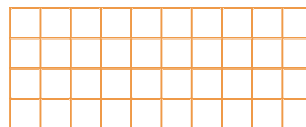
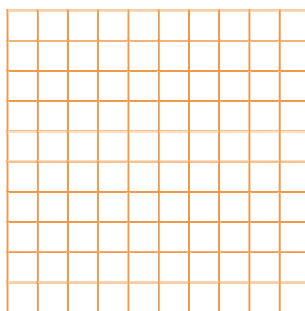
مثال‌های تفهیمی

۱. با توجه به واحد کامل مشخص شده، کسر، عدد مخلوط و عدد اعشاری مربوط به هر شکل را بنویسیم.

الف)



واحد کامل



ب)



واحد کامل



پاسخ:

$$\text{الف) } \frac{244}{100} = 2 \frac{44}{100} = 2 \frac{11}{25}$$

↔ ۲ رقم اعشار
↔ ۱ رقم اعشار

$$\text{ب) } \frac{37}{10} = 3 \frac{7}{10} = 3 \frac{7}{10}$$

↔ ۱ رقم اعشار
↔ ۱ رقم اعشار

۲. کسره‌های زیر را به عدد اعشاری تبدیل کنید.

الف) $\frac{۷}{۲۰}$

ب) $\frac{۹۰}{۲۵۰}$

پاسخ:

ابتدا مخرج را به ۱۰۰ تبدیل می‌کنیم:

$$\text{الف) } \frac{۷}{۲۰} = \frac{۳۵}{۱۰۰} = ۰/۳۵$$

$\xrightarrow{\times ۵}$
 $\xleftarrow{\times ۵}$
 ۳ رقم اعشار $\times ۵$

ابتدا مخرج را به ۱۰۰۰ تبدیل می‌کنیم:

$$\text{ب) } \frac{۹۰}{۲۵۰} = \frac{۳۶۰}{۱۰۰۰} = ۰/۳۶۰ = ۰/۳۶$$

$\xrightarrow{\times ۴}$
 $\xleftarrow{\times ۴}$
 ۳ رقم اعشار $\times ۴$

صفر جلوی اعداد در مقابل ممیز ارزشی ندارد

۳. اعداد اعشاری زیر را به کسر تبدیل کرده و سپس تا حد امکان آن را ساده کنید.

الف) $۴/۲۰$

ب) $۰/۰۲۵$

پاسخ:

$$\text{الف) } ۴/۲۰ = \frac{۴}{۲} = \frac{۴ \div ۲}{۲ \div ۲} = \frac{۲}{۱} = ۲$$

$\xleftarrow{\div ۲}$
 $\xrightarrow{\div ۲}$
 ۱ رقم اعشار

$$\text{ب) } ۰/۰۲۵ = \frac{۲۵ \div ۵}{۱۰۰۰ \div ۵} = \frac{۵}{۲۰۰} = \frac{۱}{۴۰}$$

$\xleftarrow{\div ۵}$
 $\xrightarrow{\div ۵}$
 ۳ رقم اعشار

۴. تساوی‌های زیر را کامل کنید.

الف) $۴۲/۰۱۰$

ب) $۰/۰۵۰۰$

ج) $۰/۰۸۰$

پاسخ:

الف) $۴۲/۰۱۰ = ۴۲/۰۱$

ب) $۰/۰۵۰۰ = ۰/۰۵$

ج) $۰/۰۸۰ = ۰/۰۸$

صفرهای جلوی اعداد قسمت اعشاری را حذف کردیم زیرا ارزشی ندارد.

۵. گسترده اعداد اعشاری زیر را بنویسید.

الف) $۱۲/۰۰۴ =$

ب) $۰/۰۱۹ =$

ج) $۷/۸۰۸ =$

پاسخ:

الف) $۱۲/۰۰۴ = ۱۰ + ۲ + ۰/۰۰۴$

ب) $۰/۰۱۹ = ۰/۰۱ + ۰/۰۰۹$

ج) $۷/۸۰۸ = ۷ + ۰/۸ + ۰/۰۰۸$

با توجه به ارزش مکانی هر عدد آن را نوشتیم.

۶. در جاهای خالی علامت مناسب ($<=>$) قرار دهید.

ب) $۱۷/۳۰ \bigcirc ۱۷/۳$

الف) $۳/۰۹۲ \bigcirc ۳/۹۲$

د) $۵/۱۷ \bigcirc ۵/۱$

ج) $۱۰/۹۹ \bigcirc ۱۵/۰۶$

پاسخ:

الف) $۳/۰۹۲ \bigcirc ۳/۹۲$

$۳ = ۳$

$۰ < ۹$

ب) $۱۷/۳۰ \ominus ۱۷/۳ = ۱۷/۳۰$

صفر جلوی عدد در قسمت اعشاری ارزشی ندارد.

ج) $۱۰/۹۹ \bigcirc ۱۵/۰۶$

$۱ = ۱$

$۰ < ۵$

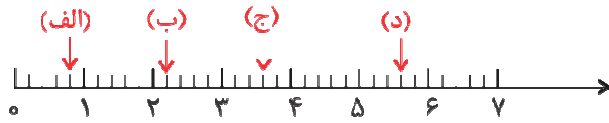
د) $۵/۱۷ \bigcirc ۵/۱ = ۵/۱۰$

$۵ = ۵$

$۱ = ۱$

$۷ > ۰$

۷. با توجه به محور اعداد، نقطه‌های موردنظر را به صورت عدد اعشاری نشان دهید.



پاسخ:

$$\text{الف) } \frac{4}{5} = \frac{8}{10} = \frac{0.8}{1} \leftarrow \begin{array}{l} \text{ارقم اعشار} \\ \text{ارقم اعشار} \end{array}$$

$$\text{ب) } 2\frac{1}{5} = 2\frac{2}{10} = 2\frac{2}{10} \leftarrow \begin{array}{l} \text{ارقم اعشار} \\ \text{ارقم اعشار} \end{array}$$

$$\text{ج) } 3\frac{3}{5} = 3\frac{6}{10} = 3\frac{6}{10} \leftarrow \begin{array}{l} \text{ارقم اعشار} \\ \text{ارقم اعشار} \end{array}$$

$$\text{د) } 5\frac{6}{10} = 5\frac{6}{10} = \frac{56}{10} \leftarrow \begin{array}{l} \text{ارقم اعشار} \\ \text{ارقم اعشار} \end{array}$$

۸. اعداد زیر را به ترتیب از کوچک به بزرگ بنویسید.

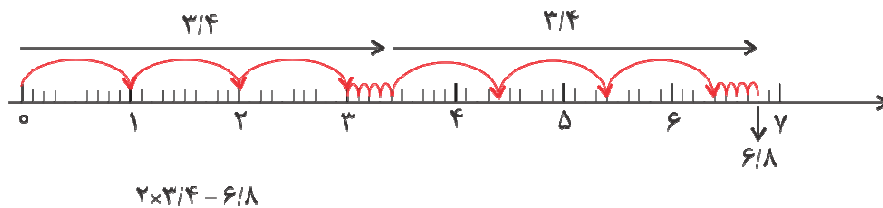
$$7/3, 7/0.3, 7.3, 0/7.3, 0.073, 7/0.03$$

پاسخ:

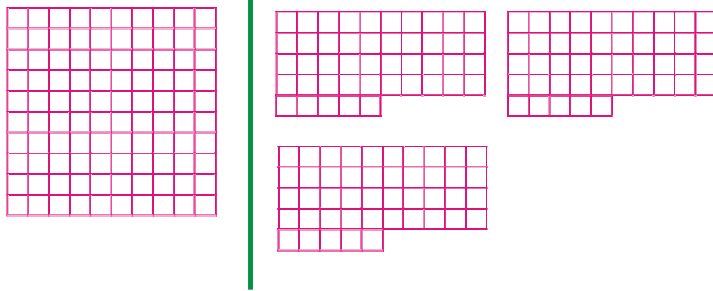
$$0.073 < 0/7.3 < 7/0.03 < 7/0.3 < 7/3 < 7.3$$

۹. به کمک محور اعداد حاصل ضرب $2 \times 3/4$ را به دست آورید.

پاسخ:



۱۰. با توجه به شکل حاصل ضرب مربوطه را نوشته و جواب آن را به دست آورید.



پاسخ:

۳ تا $0/45$ تایی داریم:

$$3 \times 0/45 = 1/35$$

با شماردن کل قطعه‌های شکل به عدد ۱۳۵ تکه می‌رسیم یعنی $\frac{135}{100}$ که همان $1/35$ می‌باشد.

۱۱. حاصل ضرب‌های زیر را به دست آورید.

الف) $1/02 \times 0/4$

ب) $0/56 \times 1/8$

پاسخ:

الف) $1/02 \times 0/4 = 0/408$

۲ رقم اعشار \times ۱ رقم اعشار = ۳ رقم اعشار

$2+1 = 3$ رقم اعشار

$$\begin{array}{r} 102 \\ \times 4 \\ \hline 408 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ 56 \\ \times 18 \\ \hline 1 \\ 448 \\ +560 \\ \hline 1008 \end{array}$$

ب) $0/56 \times 1/8 = 1/008$

۲ رقم اعشار \times ۱ رقم اعشار = ۳ رقم اعشار

$2+1 = 3$ رقم اعشار

ب)

۱۲. وزن هر آدامس $3/8$ گرم می‌باشد. وزن ۱۰ تا آدامس چند گرم است؟

پاسخ:

در اینجا ۱۰ تا $\frac{3}{8}$ را می‌خواهیم محاسبه کنیم:

$$\frac{3}{8} \times 10 = \frac{30}{8} = 3\frac{6}{8} = 3\frac{3}{4}$$

←
ارقم اعشار

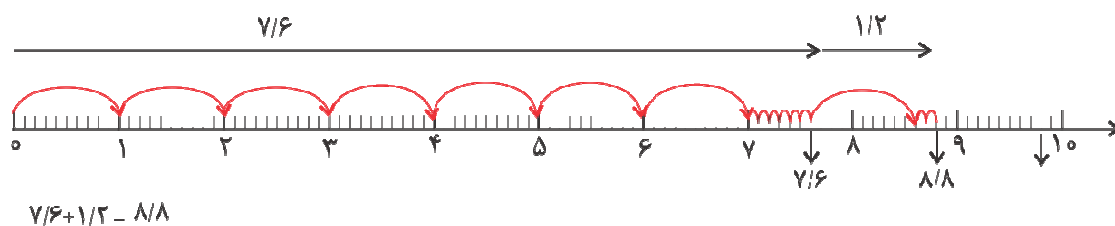
$$\begin{array}{r} 38 \\ \times 10 \\ \hline 380 \end{array}$$

۱۳. به کمک محور اعداد حاصل جمع و تفریق‌های زیر را به دست آورید.

الف) $\frac{7}{6} + \frac{1}{2}$

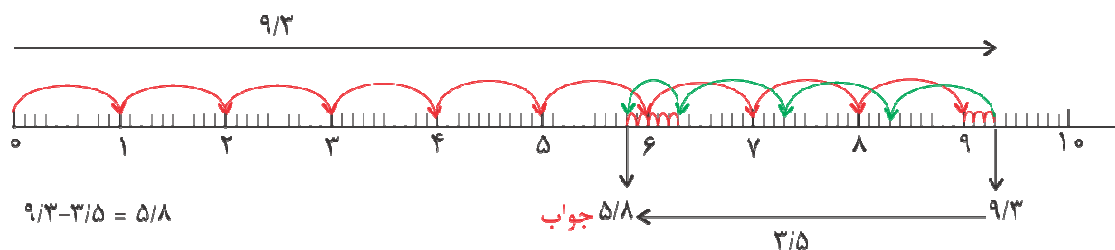
ب) $\frac{9}{3} - \frac{3}{5}$

پاسخ:



$$\frac{7}{6} + \frac{1}{2} = \frac{4}{3}$$

الف)

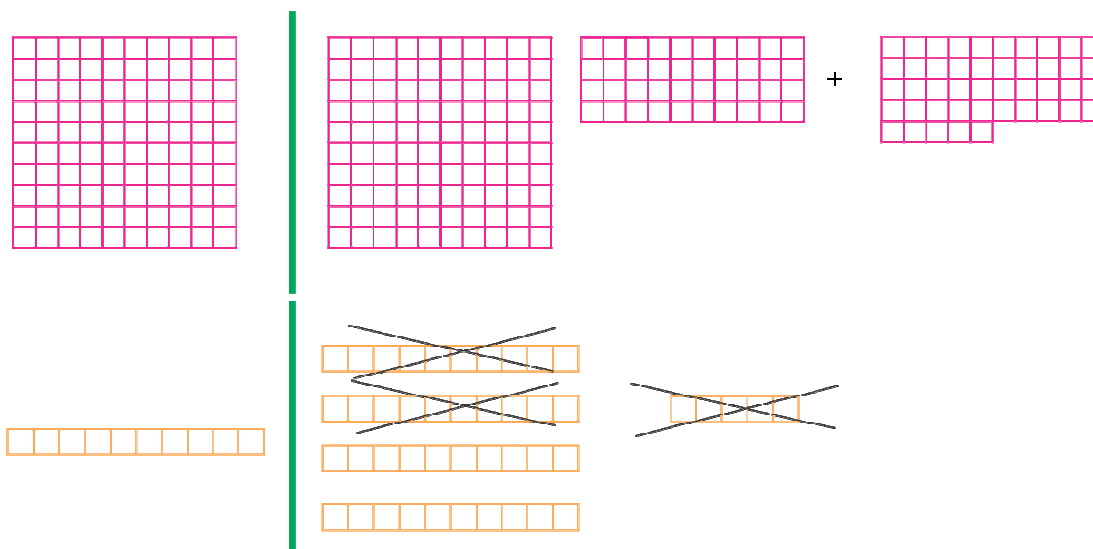


$$\frac{9}{3} - \frac{3}{5} = \frac{8}{5}$$

جواب $\frac{8}{5}$

ب)

۱۴. با توجه به شکل حاصل جمع و تفریق مربوطه را بنویسید.



پاسخ:

$$1/4 + 0/45 = 1/85$$

$$4/5 - 2/5 = 2$$

۱۵. حاصل جمع و تفریق‌های زیر را به دست آورید.

الف) $450/29 + 309/02$ ب) $202/1 - 18/03$ ج) $78 - 0/001$

پاسخ:

الف) $450/29 + 309/02 = 759/31$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 450/29 \\ + 309/02 \\ \hline 759/31 \end{array}$$

ب) $202/1 - 18/03 = 184/07$

$$\begin{array}{r} 9 \\ 1 \cancel{0} / 12 \ 0 \ 10 \\ \cancel{0} / \cancel{0} / \cancel{0} / \cancel{0} \\ - 18 / 03 \\ \hline 184 / 07 \end{array}$$

ج) $78 - 0/001 = 77/999$

$$\begin{array}{r} 9 \quad 9 \\ 7 \cancel{0} / \cancel{0} / \cancel{0} \ 10 \\ \cancel{0} / \cancel{0} / \cancel{0} / \cancel{0} \\ - 0 / 001 \\ \hline 77 / 999 \end{array}$$

۱۶. طول مداد امیرعلی $6/75$ سانتی‌متر، مهرداد $5/63$ و علیرضا $4/07$ سانتی‌متر می‌باشد. طول مداد هر سه نفر روی هم چند سانتی‌متر است؟

پاسخ:

باید هر سه عدد را با هم جمع کنیم:

$$\begin{array}{r} 6/75 \\ + 5/63 \\ 4/07 \\ \hline 16/45 \end{array}$$

طول مداد هر سه نفر روی هم $16/45$ سانتی‌متر است.

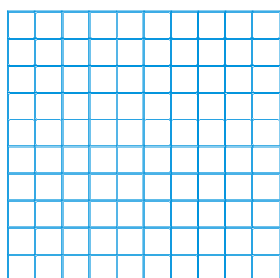
۱۷. با توجه به شکل و تقسیم $438 \div 4$ ، به سوالات زیر پاسخ دهید:

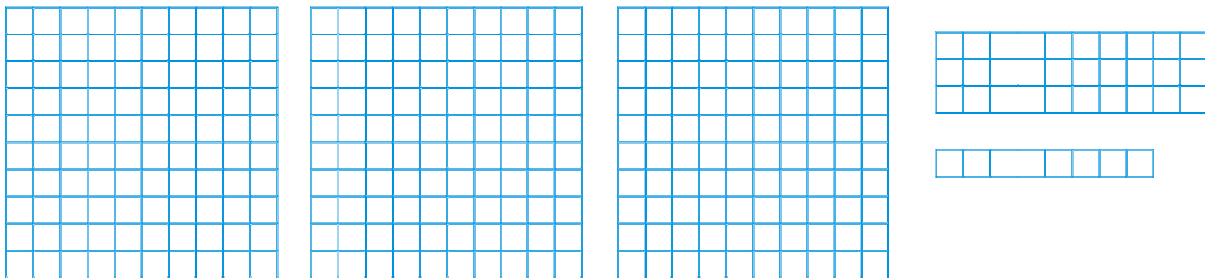
الف) به هر قسمت چند واحد 100 تایی می‌رسد؟

ب) به هر قسمت چند واحد 10 تایی می‌رسد؟

ج) به هر قسمت چند واحد یکی می‌رسد؟

ه) باقی‌مانده چه عددی خواهد بود؟





پاسخ:

(الف) به هر قسمت ۱ واحد صدتایی می‌رسد.

(ب) به هر قسمت صفر واحد ده‌تایی می‌رسد.

(ج) به هر قسمت ۹ واحد یکی می‌رسد.

(هـ) باقی‌مانده ۲ تا یکی داریم.

۱۸. حاصل تقسیم‌های زیر را به دست آورده و سپس امتحان تقسیم مربوطه را انجام دهید:

ب) $608 \div 5$

الف) $826 \div 7$

پاسخ:

الف)
$$\begin{array}{r} 826 \overline{) 7} \\ \underline{-7} \quad 118 \\ \quad \underline{12} \\ \quad \quad \underline{-07} \\ \quad \quad \quad 056 \\ \quad \quad \quad \underline{-56} \\ \quad \quad \quad \quad 00 \end{array}$$

$0 < 7$ ✓ رابطه (۱)

$826 = 7 \times 118 + 0 = 826$ ✓ رابطه (۲)

ب)
$$\begin{array}{r} 608 \overline{) 5} \\ \underline{-5} \quad 121 \\ \quad \underline{10} \\ \quad \quad \underline{-10} \\ \quad \quad \quad 08 \\ \quad \quad \quad \underline{-5} \\ \quad \quad \quad \quad 3 \end{array}$$

$3 < 5$ ✓ رابطه (۱)

$$۶۰۸ = ۵ \times ۱۲۱ + ۳ = ۶۰۵ + ۳ = ۶۰۸ \quad \checkmark$$

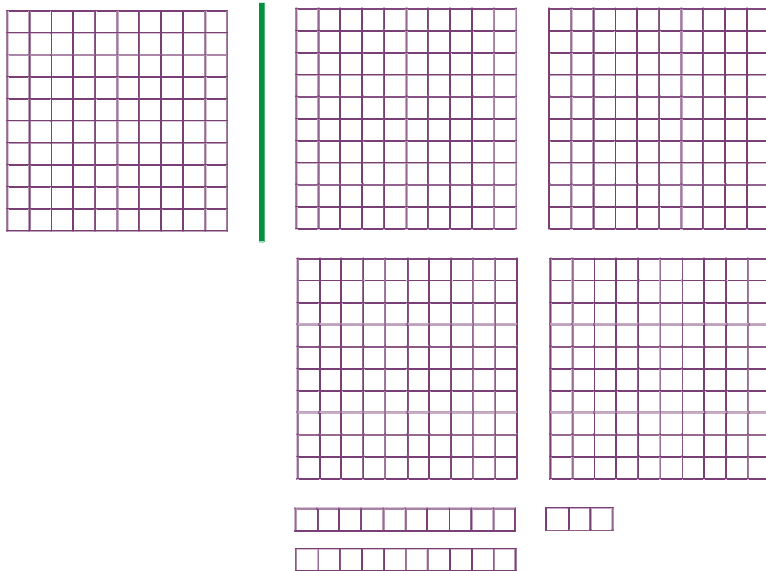
رابطه (۲):

۱۹. مهرداد می‌خواهد ۲۲۳ عدد مداد را بین ۲۵ دانش‌آموز تقسیم کند. به هر دانش‌آموز چند عدد مداد می‌رسد و چه تعداد مداد باقی می‌ماند؟
پاسخ:

$$\begin{array}{r} ۲۲۳ \overline{) ۲۵} \\ -۲۰۰ \quad ۸ \\ \hline ۲۳ \end{array}$$

به هر دانش‌آموز ۸ عدد مداد می‌رسد و ۲۳ مداد باقی می‌ماند.

۲۰. با استفاده از شکل حاصل تقسیم $۴/۲۳ \div ۲$ را به دست آورید.



پاسخ:

$$۴ \xrightarrow{\div ۲} ۲ \quad (\text{۰ واحد کامل باقی مانده})$$

$$۰/۲ \xrightarrow{\div ۲} ۱ \quad (\text{۰ تا ۰/۱ باقی مانده})$$

$$۰/۰۳ \xrightarrow{\div ۲} ۱ \quad (\text{۱ تا ۰/۰۱ باقی مانده})$$

به هر قسمت ۲ واحد کامل و ۱ واحد $۰/۱$ و ۱ واحد $۰/۰۱$ می‌رسد و همچنین ۱ واحد $۰/۰۱$ باقی می‌ماند:

$$۲/۱۱ = ۲ + ۰/۱ + ۰/۰۱ = \text{خارج قسمت}$$

$$= ۰/۰۱ = \text{باقی مانده}$$

۲۱. حاصل تقسیم‌های زیر را محاسبه کنید.

ب) $۸/۰۷ \div ۹$

الف) $۴۲/۲۶ \div ۶$

ج) $۵۶/۱۸ \div ۴$

پاسخ:

الف)
$$\begin{array}{r} ۴۲/۲۶ \quad | \quad ۶ \\ \underline{-۴۲} \quad \downarrow \quad ۷/۰۴ \\ ۰۰۲ \\ \underline{-۰۰} \quad \downarrow \\ ۲۶ \\ \underline{-۲۶} \\ ۰/۰۲ \end{array}$$

ب)
$$\begin{array}{r} ۸/۰۷ \quad | \quad ۹ \\ \underline{-۰} \quad \downarrow \quad ۰/۸۹ \\ ۸۰ \\ \underline{-۷۲} \quad \downarrow \\ ۰۸۷ \\ \underline{-۸۱} \\ ۰/۰۶ \end{array}$$

ج)
$$\begin{array}{r} ۵۶/۱۸ \quad | \quad ۴ \\ \underline{-۴} \quad \downarrow \quad ۱۴/۰۴ \\ ۱۶ \\ \underline{-۱۶} \quad \downarrow \\ ۰۰۱ \\ \underline{-۰} \\ ۰۱۸ \\ \underline{-۰۱۶} \\ ۰/۰۲ \end{array}$$

۲۲. یک مستطیلی شکلی به طول $۲۳/۸۴$ سانتی‌متر داریم. آن را می‌خواهیم بین ۳ نفر تقسیم کنیم. به هر نفر چه طولی از

یک می‌رسد؟

پاسخ:

$$\begin{array}{r} ۲۳/۸۴ \quad | \quad ۳ \\ \underline{-۲۱} \quad \downarrow \quad ۷/۹۴ \\ ۲۸ \\ \underline{-۲۷} \quad \downarrow \\ ۰۱۴ \\ \underline{-۰۱۲} \\ ۰/۰۲ \end{array}$$

به هر نفر یک کیک به طول $7/94$ سانتی متر می رسد و یکی به طول $0/02$ سانتی متر باقی می ماند.

۲۳. تقسیم های زیر را تا ۲ رقم اعشار در خارج قسمت محاسبه کنید و سپس باقی مانده را مشخص نمایید.

الف) $87 \div 0/19 =$

ب) $0/576 \div 0/21 =$

ج) $5/074 \div 0/05 =$

د) $67/81 \div 2/3 =$

پاسخ:

الف)

عدد طبیعی $\rightarrow 0/19 \times 100 = 19$
 $87 \times 100 = 8700$

$$87 \overline{) 0/19} \quad \xrightarrow{\times 100} \quad 8700 \overline{) 00} \quad | \quad 19$$

خارج قسمت تا ۲ رقم اعشار $457/89$

$$\begin{array}{r} 8700 \overline{) 00} \\ - 76 \downarrow \\ \hline 110 \\ - 95 \downarrow \\ \hline 150 \\ - 133 \downarrow \\ \hline 0170 \\ - 152 \downarrow \\ \hline 0180 \\ - 171 \downarrow \\ \hline 009 \end{array}$$

باقی مانده اصلی = $0/09 \div 100 = 0/0009$

دو عدد صفر جلوی مقسوم گذاشتیم تا خارج قسمت تا دو رقم اعشار باشد.

ب)

$0/21 \times 100 = 21$
 $0/576 \times 100 = 57/600 = 57/6$

$$0/576 \overline{) 0/21} \quad \xrightarrow{\times 100} \quad 57/6 \overline{) 21} \quad | \quad 21$$

خارج قسمت تا ۲ رقم $2/74$

$$\begin{array}{r} 57/6 \overline{) 21} \\ - 42 \downarrow \\ \hline 156 \\ - 147 \downarrow \\ \hline 090 \\ - 84 \downarrow \\ \hline 006 \end{array}$$

باقی مانده اصلی = $0/06 \div 100 = 0/0006$

یک عدد صفر در قسمت اعشار قرار دادیم تا خارج قسمت دو رقم اعشار داشته باشد.

ج)

$$5/0.74 \overline{) 0/0.5}$$

$$\begin{cases} 0/0.5 \times 100 = 5 \\ 5/0.74 \times 100 = 507/6400 = 507/4 \end{cases}$$

$$5/0.74 \overline{) 0/0.5} \xrightarrow{\times 100} \begin{array}{r} 507/40 \overline{) 5} \\ -5 \downarrow \\ \hline 00 \\ -00 \downarrow \\ \hline 007 \\ -5 \downarrow \\ \hline 24 \\ -20 \downarrow \\ \hline 040 \\ -40 \\ \hline 000 \end{array}$$

خارج قسمت تا ۲ رقم اعشار ۱۰۱/۴۸

باقی مانده صفر می باشد، بنابراین حتی بر ۱۰۰ هم تقسیم کنیم، باز هم صفر می ماند. در نتیجه باقی مانده ی اصلی صفر

است.

د)

$$67/81 \overline{) 2/3}$$

$$\begin{cases} 2/3 \times 10 = 23 \\ 67/81 \times 10 = 678/10 = 678/1 \end{cases}$$

$$67/81 \overline{) 2/3} \xrightarrow{1} \begin{array}{r} 678/10 \overline{) 23} \\ -46 \downarrow \\ \hline 218 \\ -207 \downarrow \\ \hline 111 \\ -92 \downarrow \\ \hline 190 \\ -161 \\ \hline 0/29 \end{array}$$

خارج قسمت تا ۲ رقم اعشار ۲۹/۴۷

$$\text{باقی مانده ی اصلی} = 0/29 \div 10 = 0/0.29$$

۲۴. وزن چند عدد بیسکویت $۸۶/۲$ کیلوگرم است. اگر وزن هر کدام $۰/۰۵$ کیلوگرم باشد. چند عدد بیسکویت داریم؟
پاسخ:

$$۸۶/۲ \quad | \quad ۰/۰۵ \quad \begin{cases} ۰/۰۵ \times ۱۰۰ = ۵ \\ ۸۶/۲ \times ۱۰۰ = ۸۶۲۰/۰ = ۸۶۲۰ \end{cases}$$

$$\begin{array}{r}
 ۸۶/۲ \quad | \quad ۰/۰۵ \quad \xrightarrow{۱} \quad ۸۶۲۰ \quad | \quad ۵ \\
 \hline
 -۵ \downarrow \\
 \hline
 ۳۶ \\
 -۳۵ \downarrow \\
 \hline
 ۱۲ \\
 -۱۰ \downarrow \\
 \hline
 ۲۰ \\
 -۲۰ \\
 \hline
 ۰۰
 \end{array}$$

تعداد بیسکویت‌ها ۱۷۲۴

۲۵. حاصل ضرب و تقسیم‌های زیر را با توجه به نکات گفته شده، به صورت ذهنی انجام دهید.

الف) $۵۴۰/۸۹ \div ۱۰۰۰ =$ ب) $۰/۸۰۷۱ \times ۱۰۰۰ =$
 ج) $۴/۸ \div ۰/۰۴ =$ د) $۰/۵۵ \div ۰/۱۱ =$

پاسخ:

تقسیم داریم، بنابراین سه رقم ممیز به سمت عقب حرکت می‌کند.

الف) $۵۴۰/۸۹ \div ۱۰۰۰ = ۰/۵۴۰۸۹$

ضرب داریم، در نتیجه سه رقم ممیز به سمت جلو حرکت می‌کند.

ب) $۰/۸۰۷۱ \times ۱۰۰۰ = ۸۰۷/۱$

ج) $۴/۸ \div ۰/۰۴ = ۴/۸۰ \div ۰/۰۴ = ۴۸۰ \div ۴ = ۱۲۰$

د) $۰/۵۵ \div ۰/۱۱ = ۵۵ \div ۱۱ = ۵$

در قسمت‌های (ج) و (د) تعداد رقم‌های اعشار مقسوم و مقسوم‌علیه با هم برابر هستند یا با گذاشتن صفر آنها را برابر

کردیم، سپس از ممیز صرف‌نظر شد و تقسیم عادی صورت گرفت.

آموزش تکمیلی

دوره گردش

در بعضی از اعداد اعشاری، روی یک یا چند رقم از عدد اعشاری، خط تیره کشیده شده است. به این خط تیره دوره گردش می‌گوئیم و به این دلیل است که رقم یا رقم‌های زیر خط تیره، بی‌شمار مرتبه تکرار شده است.

مثال:

$$\frac{8}{9} \rightarrow \begin{array}{r} 8/000 \quad | \quad 9 \\ -72 \quad \quad 0/888 \\ \hline 080 \\ -72 \\ \hline 80 \\ -72 \\ \hline 8 \end{array} \Rightarrow \frac{8}{9} = 0.\overline{8}$$

هر چه تقسیم را ادامه دهیم، عدد ۸ در خارج قسمت تکرار می‌شود. بنابراین عدد ۸ دوره گردش دارد و بی‌شمار بار تکرار می‌شود. در نتیجه ۸ را یک بار نوشته و یک خط تیره روی آن قرار دادیم.

به این گونه اعداد اعشاری، عدد اعشاری متناوب می‌گوئیم. عدد اعشاری متناوب دو نوع می‌باشد.

۱- عدد اعشاری متناوب ساده

۲- عدد اعشاری متناوب مرکب.

عدد اعشاری متناوب ساده

اگر عدد اعشاری بعد از ممیز بلافاصله دوره گردش داشته باشد، (همه رقم‌ها تکرار شوند) عدد اعشاری متناوب ساده می‌باشد.

مثال:

$$\frac{2}{9} \rightarrow \begin{array}{r} 2/000 \quad | \quad 9 \\ -18 \quad \quad 0/222 \\ \hline 020 \\ -18 \\ \hline 20 \\ -18 \\ \hline 2 \end{array} \Rightarrow \frac{2}{9} = 0.\overline{2}$$

$$\frac{2}{11} \rightarrow \begin{array}{r} 2/000 \quad | \quad 11 \\ -11 \quad 0/1111 \\ \hline 90 \\ -88 \\ \hline 20 \\ -11 \\ \hline 90 \\ -88 \\ \hline 2 \end{array} \Rightarrow \frac{2}{11} = 0.\overline{18}$$

روش تبدیل عدد اعشاری متناوب ساده به کسر

برای تبدیل عدد اعشاری متناوب ساده به کسر از فرمول زیر استفاده می‌کنیم:

$$\text{عدد دوره گردش} \\ \text{عدد دوره گردش عدد ۹ می‌گذاریم} \\ \text{کسر مولد عدد اعشاری متناوب ساده} = \text{عدد صحیح} + \frac{\text{عدد دوره گردش}}{\text{عدد دوره گردش عدد ۹ می‌گذاریم}}$$

مثال: کسر مولد $4/\overline{23}$ را می‌نویسیم:

$$4/\overline{23} = 4 + \frac{23}{99} = \frac{419}{99}$$

عدد اعشاری متناوب مرکب

در این نوع عدد اعشاری بعد از ممیز یک یا چند رقم غیرتکرار وجود دارد و بعد از آن‌ها رقم یا رقم‌هایی تکرار می‌شوند و دارای دوره گردش هستند.

مثال:

$$\frac{13}{45} \rightarrow \begin{array}{r} 13/000 \quad | \quad 45 \\ -90 \quad 0/288 \\ \hline 400 \\ -360 \\ \hline 0400 \\ -360 \\ \hline 040 \end{array} \Rightarrow \frac{13}{45} = 0.\overline{28}$$

روش تبدیل عدد اعشاری متناوب مرکب به کسر

برای تبدیل عدد اعشاری متناوب مرکب از فرمول زیر استفاده می‌کنیم:

دوره غیرگردش - کل عدد بعد از ممیز
 به تعداد ارقام دوره گردش ۹ و به تعداد ارقام غیر گردش
 + عدد صحیح = کسر مولد

مثال: کسر مولد $0/312$ و $1/47$ را به دست می آوریم:

$$0/312 = 0 + \frac{312-3}{990} = \frac{309 \div 3}{990 \div 3} = \frac{103}{330}$$

اعداد بعد از ممیز
 عدد صحیح
 به تعداد رقمهای گردش (دو رقم)
 به تعداد رقمهای غیر گردش (یک رقم)

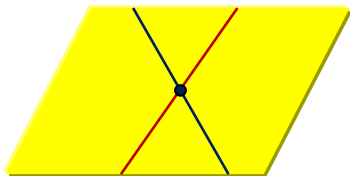
$$1/47 = 1 - \frac{47-4}{90} = 1 + \frac{43}{90} = \frac{133}{90}$$

اعداد بعد از ممیز
 عدد صحیح
 به تعداد اعداد گردش (یک رقم)
 به تعداد اعداد غیر گردش (یک رقم)

فصل چهارم: تقارن و مختصات

آموزش مفهومی

بخش اول: مرکز تقارن و تقارن مرکزی



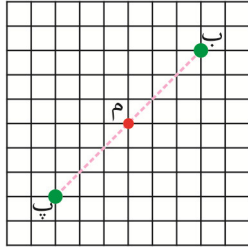
برخی از اشکال، نظم و زیبایی خاصی دارند، اما محور تقارن ندارند. مثل متوازی الاضلاع. در عوض این اشکال نوع دیگری از تقارن را دارا هستند. در متوازی الاضلاع، نقطه‌ای وجود دارد که اگر هر نقطه از محیط متوازی الاضلاع را به آن وصل کنیم و به اندازه‌ی خودش امتداد دهیم، دوباره به نقطه‌ای از محیط متوازی الاضلاع می‌رسیم. این نقطه را مرکز تقارن متوازی الاضلاع می‌نامند.

در تقارن مرکزی، قرینه‌ی یک شکل را نسبت به یک نقطه رسم می‌کنیم و به آن نقطه، مرکز تقارن می‌گوییم.

قرینه‌ی یک نقطه نسبت به مرکز تقارن:

از نقطه‌ی ب به مرکز تقارن (م) وصل کرده به همان اندازه ادامه می‌دهیم.

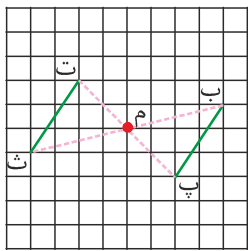
نقطه‌ی پ قرینه‌ی نقطه‌ی ب نسبت به مرکز تقارن (م) می‌باشد.



قرینه‌ی یک پاره‌خط نسبت به مرکز تقارن:

کافی است قرینه‌ی دو سر پاره‌خط را نسبت به مرکز تقارن (م) به‌دست آوریم سپس نقاط به‌دست آمده را به هم وصل کنیم.

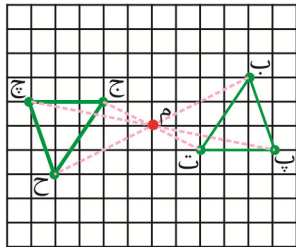
پاره‌خط ت ت قرینه‌ی پاره‌خط ب پ نسبت به مرکز تقارن (م) می‌باشد.



قرینه‌ی یک شکل نسبت به مرکز تقارن

کافی است قرینه‌ی رأس‌های شکل را نسبت به مرکز تقارن (م) به‌دست آوریم و آن‌ها را مانند شکل اولیه به هم وصل کنیم.

شکل ج ج قرینه‌ی شکل ب پ ت نسبت به مرکز تقارن (م) می‌باشد.



مثال: تصویر قرینه‌ی شکل روبرو حول نقطه‌ی (الف) کدامیک از شکل‌های زیر می‌باشد؟



الف



پاسخ:

مثال: کدامیک از شکل‌های زیر مرکز تقارن ندارد؟

- (۱) لوزی (۲) مثلث متساوی‌الاضلاع (۳) نیم‌دایره (۴) دایره
 (۵) مثلث قائم‌الزاویه (۶) متوازی‌الاضلاع (۷) مربع (۸) مثلث متساوی‌الساقین
- پاسخ: ۳ و ۵ و ۸

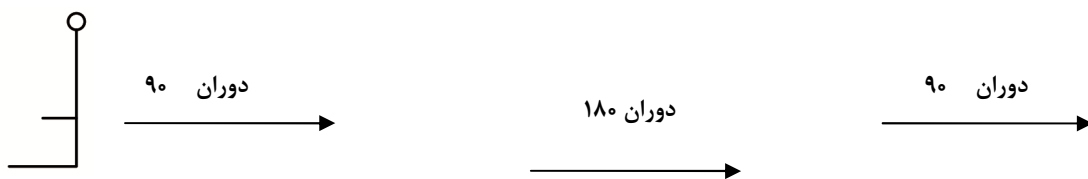
بخش دوم: دوران

دوران به معنی چرخش، چرخیدن و دور گردیدن می‌باشد و در ریاضی گرداندن یک شکل حول یک نقطه یا خط را دوران

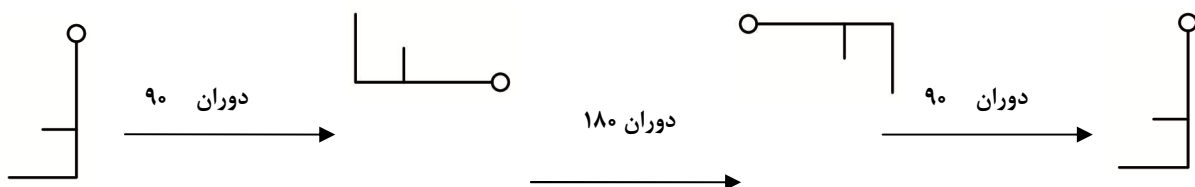
می‌نامیم

مثال: شکل زیر را حول نقطه داده شده در جهت عقربه‌های ساعت هر بار با زاویه داده شده دوران دهید و نتیجه را رسم

کنید.



پاسخ:

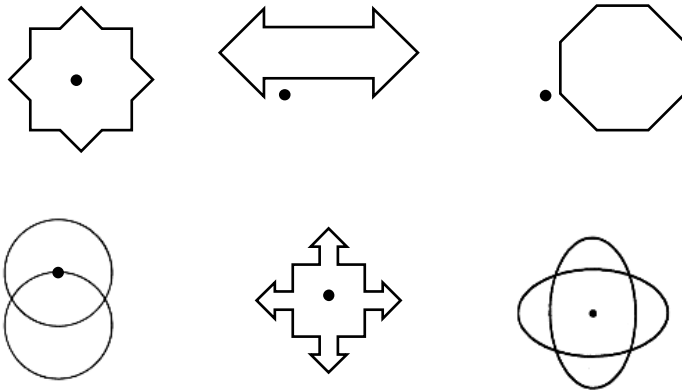


تقارن چرخشی

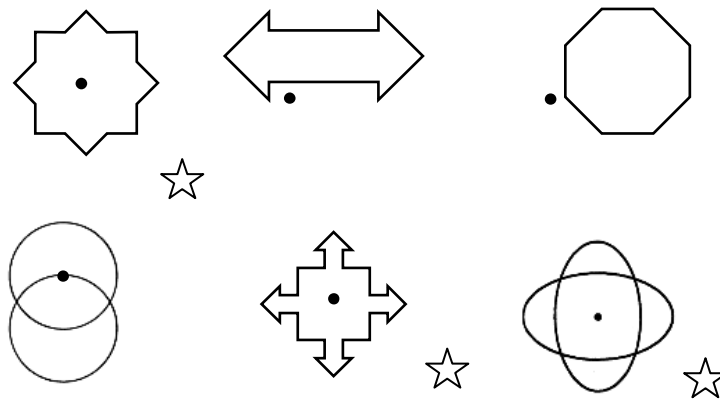
وقتی شکلی را حول یک نقطه به اندازه‌ی ۱۸۰ درجه یا کمتر در جهت عقربه‌های ساعت می‌چرخانیم و شکل روی خودش

می‌افتد می‌گوییم، شکل تقارن چرخشی دارد.

مثال: کدام شکل حول نقطه‌ی مشخص شده تقارن چرخشی دارد؟



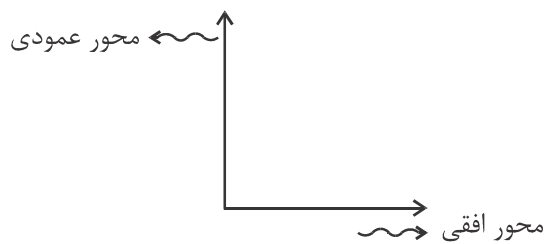
پاسخ:



بخش سوم: محورهای مختصات

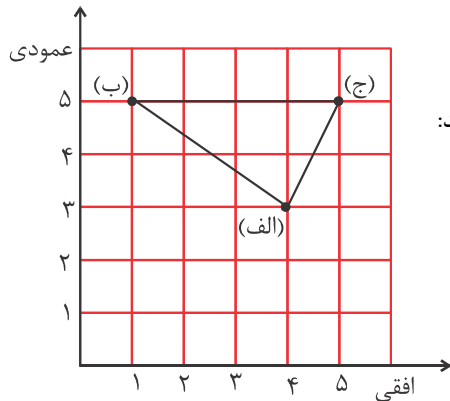
صفحه‌ی مختصات از ۲ محور افقی و عمودی تشکیل شده است. محور افقی همان طول است و محور عمودی عرض

می‌باشد.



به آدرسی که برای یافتن یک نقطه در صفحه‌ی مختصات داده می‌شود، مختصات نقطه می‌گویند.

مختصات نقطه را به صورت $\begin{bmatrix} \square \\ \square \end{bmatrix}$ نشان می‌دهند. در قسمت بالا تعداد حرکت افقی و در قسمت پایین تعداد حرکت عمودی را



می‌نویسیم.

مثال: با توجه به نقاط مشخص شده روی محور، مختصات آن‌ها را بنویسید:

پاسخ:

(الف) $\begin{bmatrix} 4 \\ 3 \end{bmatrix}$

(ب) $\begin{bmatrix} 1 \\ 5 \end{bmatrix}$

(ج) $\begin{bmatrix} 5 \\ 5 \end{bmatrix}$

* محل برخورد محور افقی و محور عمودی در صفحه‌ی مختصات را مبدأ مختصات می‌گویند. که مختصات آن $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ می‌باشد.

به وسیله‌ی محور مختصات و نقاط آن می‌توانیم به شکل‌های مختلفی برسیم.

مثال: نقاط داده شده را روی محور مختصات نشان دهید، سپس نام شکل بدست آمده را بنویسید.

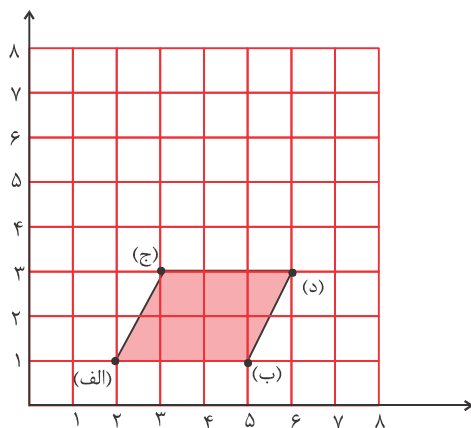
(د) $\begin{bmatrix} 6 \\ 3 \end{bmatrix}$

(ج) $\begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix}$

(ب) $\begin{bmatrix} 5 \\ 1 \end{bmatrix}$

(الف) $\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$

پاسخ:



نام شکل متوازی‌الاضلاع می‌باشد.

بنابراین از مختصات می‌توان برای مسیریابی، نقشه‌کشی، طراحی برخی از جاده‌ها و استفاده کرد.

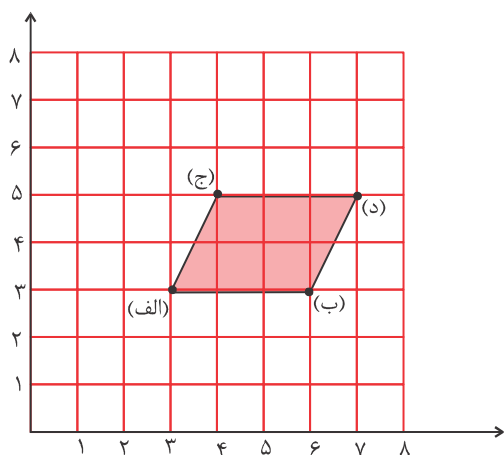
انتقال و ضرب عدد در مختصات:

می‌توانیم با استفاده از برخی عملیات شکلی را روی محور مختصات جابجا کنیم.

اگر مختصات افقی و مختصات عمودی را با عددی ثابت جمع کنیم، اندازه‌های شکل ثابت می‌ماند و فقط به مکان دیگری منتقل

می‌شود.

مثال: به مختصات افقی در متوازی‌الاضلاع مثال قبل یک واحد و به مختصات عمودی آن ۲ واحد اضافه کنید، سپس



نتیجه‌گیری مربوطه را بنویسید.

پاسخ:

$$\begin{bmatrix} 2+1 \\ 1+2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix} \text{ (الف)}$$

$$\begin{bmatrix} 5+1 \\ 1+2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ 3 \end{bmatrix} \text{ (ب)}$$

$$\begin{bmatrix} 3+1 \\ 3+2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 5 \end{bmatrix} \text{ (ج)}$$

$$\begin{bmatrix} 6+1 \\ 3+2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 \\ 5 \end{bmatrix} \text{ (د)}$$

اندازه‌های متوازی‌الاضلاع مثال قبل تغییری نکرده است، فقط شکل به سمت بالا و راست جابجا شد.

نتیجه: در انتقال، اندازه‌های شکل تغییری نمی‌کند، فقط جابجا خواهد شد.

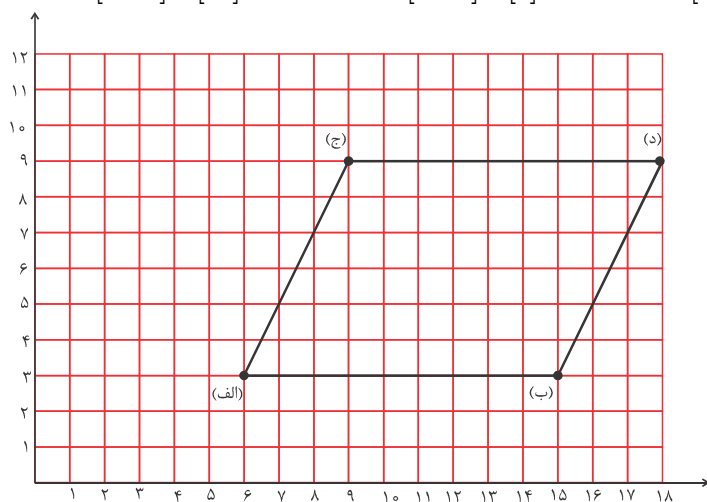
اگر مختصات افقی و مختصات عمودی نقطه‌ای را در عددی ثابت ضرب کنیم، اندازه‌های شکل نیز در همان عدد ثابت

ضرب خواهد شد.

مثال: رأس‌های متوازی‌الاضلاع مثال اولیه را در ۳ ضرب کنید. شکل آن را رسم کنید و نتیجه‌گیری آن را بنویسید.

پاسخ:

$$\begin{bmatrix} 6 \times 3 \\ 3 \times 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 18 \\ 9 \end{bmatrix} \text{ (د)} \quad \begin{bmatrix} 3 \times 3 \\ 3 \times 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 \\ 9 \end{bmatrix} \text{ (ج)} \quad \begin{bmatrix} 5 \times 3 \\ 1 \times 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 15 \\ 3 \end{bmatrix} \text{ (ب)} \quad \begin{bmatrix} 2 \times 3 \\ 1 \times 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ 3 \end{bmatrix} \text{ (الف)}$$

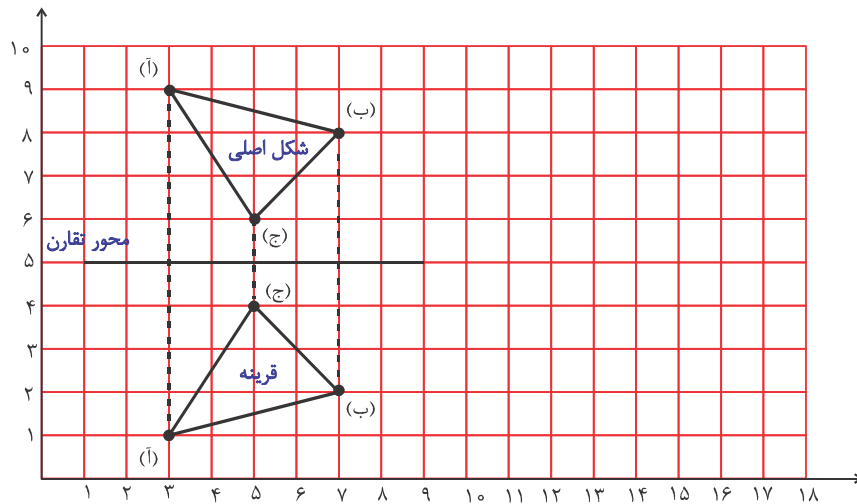


با توجه به شکل اندازه‌ی متوازی‌الاضلاع، ۳ برابر شده است.

بخش چهارم: مختصات و تقارن

مختصات و تقارن محوری

اگر بخواهیم قرینه شکل را در صفحه‌ی مختصات نسبت به محور تقارن مشخصی بدست آوریم، کافی است از هر رأس آن شکل بر محور تقارن مورد نظر یک خط عمود رسم کنیم و به همان اندازه ادامه دهیم. در انتها رأس‌های بدست آمده را همانند شکل اصلی به هم وصل می‌کنیم. برای مثال قرینه شکل زیر را نسبت به محور تقارن داده شده رسم می‌کنیم.



توجه: اگر قرینه هر نقطه را نسبت به یک محور افقی بدست آوریم، مختصات افقی آن تغییر نمی‌کند. برای مثال: مثلث

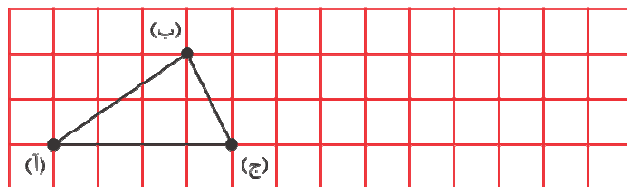
شکل قبل:

$$\begin{bmatrix} 7 \\ 8 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{قرینه نسبت به خط افقی}} \begin{bmatrix} 7 \\ 2 \end{bmatrix} \text{ (ب)}$$

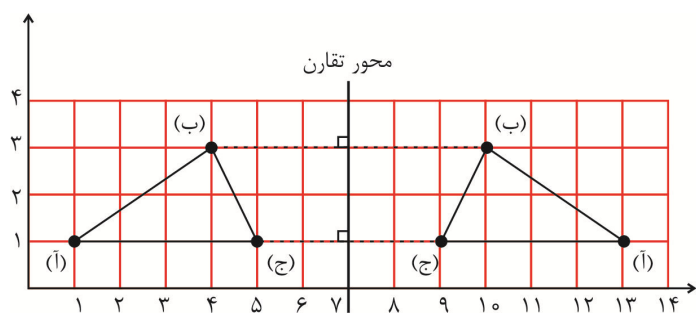
$$\begin{bmatrix} 3 \\ 9 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{قرینه نسبت به خط افقی}} \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \end{bmatrix} \text{ (الف)}$$

$$\begin{bmatrix} 5 \\ 6 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{قرینه نسبت به خط افقی}} \begin{bmatrix} 5 \\ 4 \end{bmatrix} \text{ (ج)}$$

مثال: قرینه‌ی شکل داده شده را نسبت به محور تقارن مورد نظر رسم کنید.



پاسخ:



توجه: اگر قرینه هر نقطه را نسبت به یک محور عمودی بدست آوریم، عدد حرکت عمودی آن تغییر نمی‌کند. برای مثال

در مثلث مثال قبل داریم:

$$\begin{bmatrix} 4 \\ 3 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{قرینه نسبت به خط عمودی}} \begin{bmatrix} 10 \\ 3 \end{bmatrix} \text{ (ب)}$$

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{قرینه نسبت به خط عمودی}} \begin{bmatrix} 13 \\ 1 \end{bmatrix} \text{ (الف)}$$

$$\begin{bmatrix} 5 \\ 1 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{قرینه نسبت به خط عمودی}} \begin{bmatrix} 9 \\ 1 \end{bmatrix} \text{ (ج)}$$

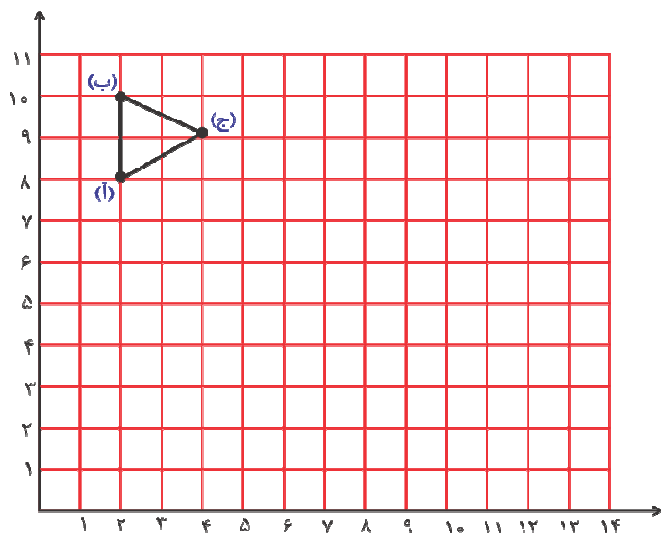
نتیجه: اندازه قرینه محوری هر شکل با خود شکل برابر می‌باشد.

مختصات و تقارن مرکزی

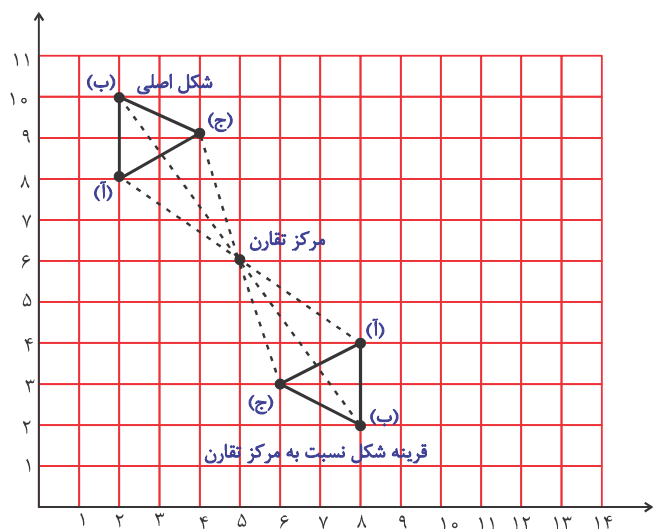
اگر بخواهیم قرینه‌ی یک شکل را نسبت به نقطه‌ی مشخصی پیدا کنیم، کافی است از رأس‌های شکل یک خط مستقیم به

نقطه‌ی مورد نظر بکشیم و به همان اندازه ادامه دهیم. سپس همه‌ی نقاط بدست آمده را به هم وصل کنیم.

مثال: قرینه‌ی شکل داده شده را نسبت به مرکز تقارن داده شده رسم کنید.



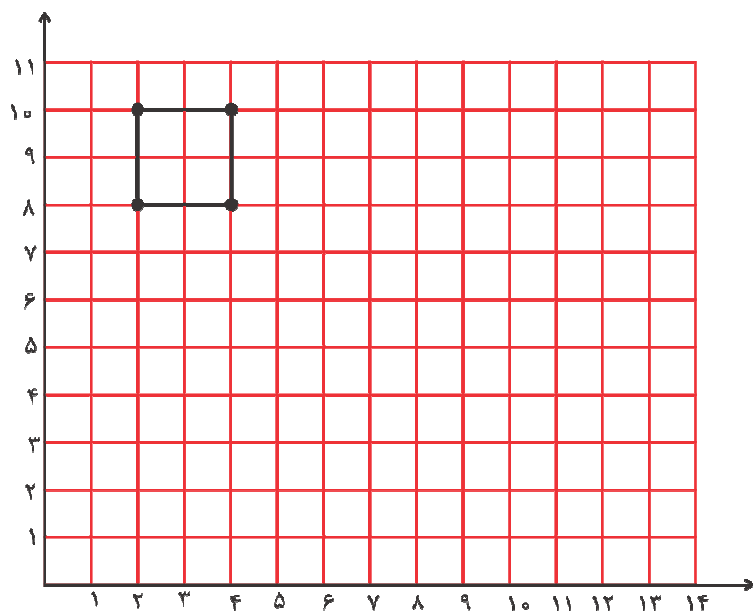
پاسخ:



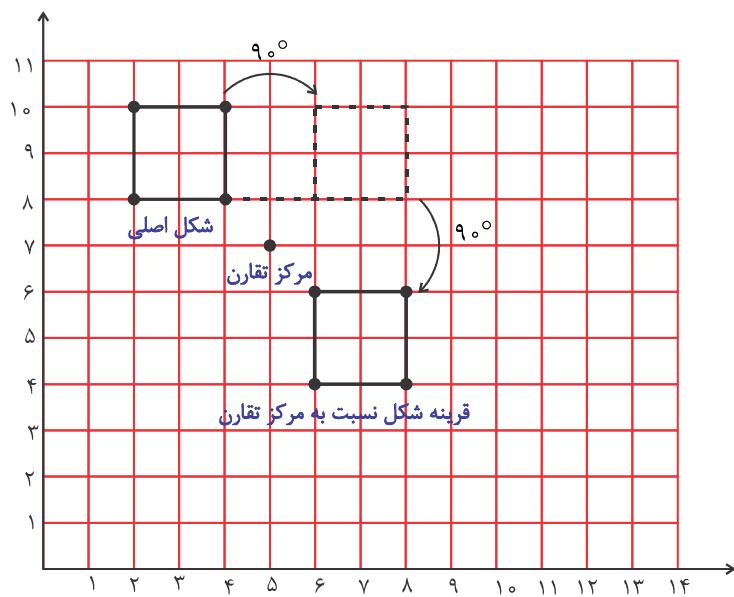
توجه: اگر هر شکل را حول نقطه‌ی مرکز تقارن 180° درجه بچرخانیم، قرینه‌ی شکل نسبت به مرکز تقارن بدست می‌آید. برای بدست آوردن دوران یافته‌ی یک شکل می‌توانید انگشت خود را روی مرکز تقارن قرار داده و کاغذ را به اندازه‌ی خواسته شده (90° یا 180°) بچرخانید.

* تقارن نوعی دوران است حول یک نقطه یک خط.

مثال: شکل داده شده را نسبت به نقطه‌ی مورد نظر 90° درجه دوران دهید.

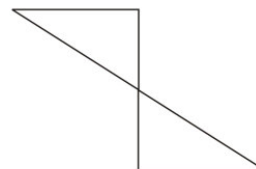
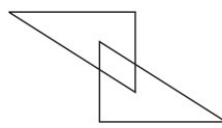
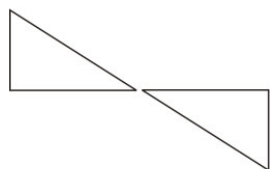
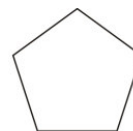
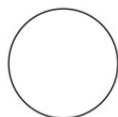


پاسخ:

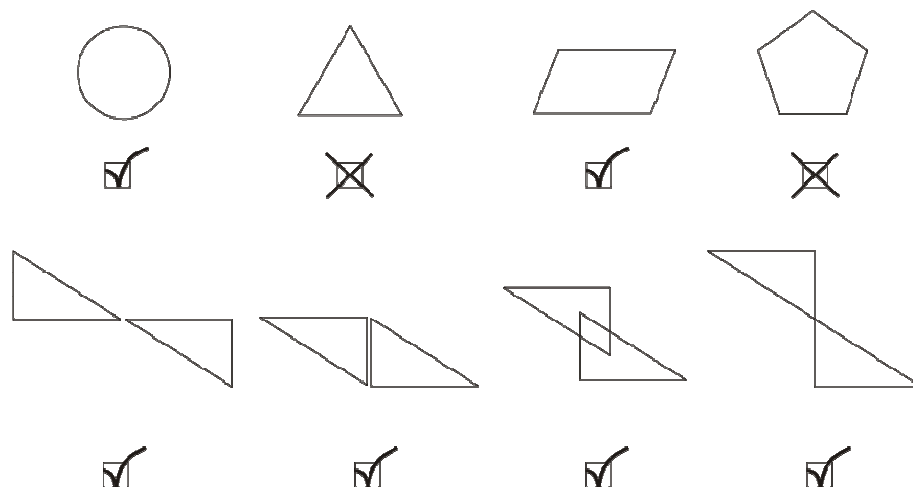


مثال‌های تفهیمی

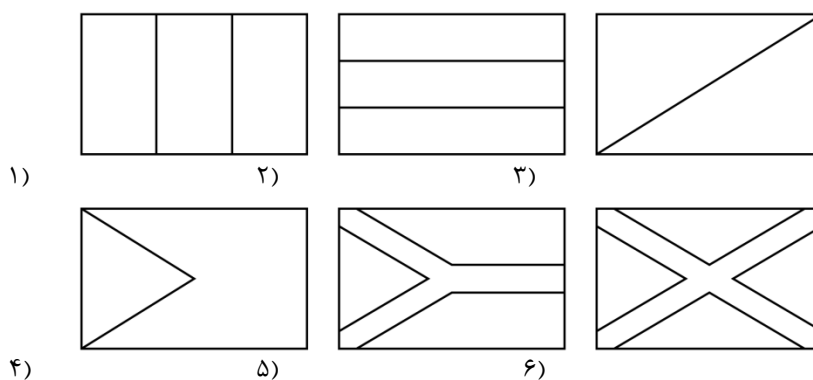
۱. در این جا شکل‌هایی که مرکز تقارن دارند را علامت بزن.



پاسخ:



۲. کدام پرچم‌های زیر مرکز تقارن دارند؟



پاسخ: ۱ و ۲ و ۳ و ۶

۳. مرکز تقارن یک متوازی‌الاضلاع را چگونه می‌توان بدست آورد.

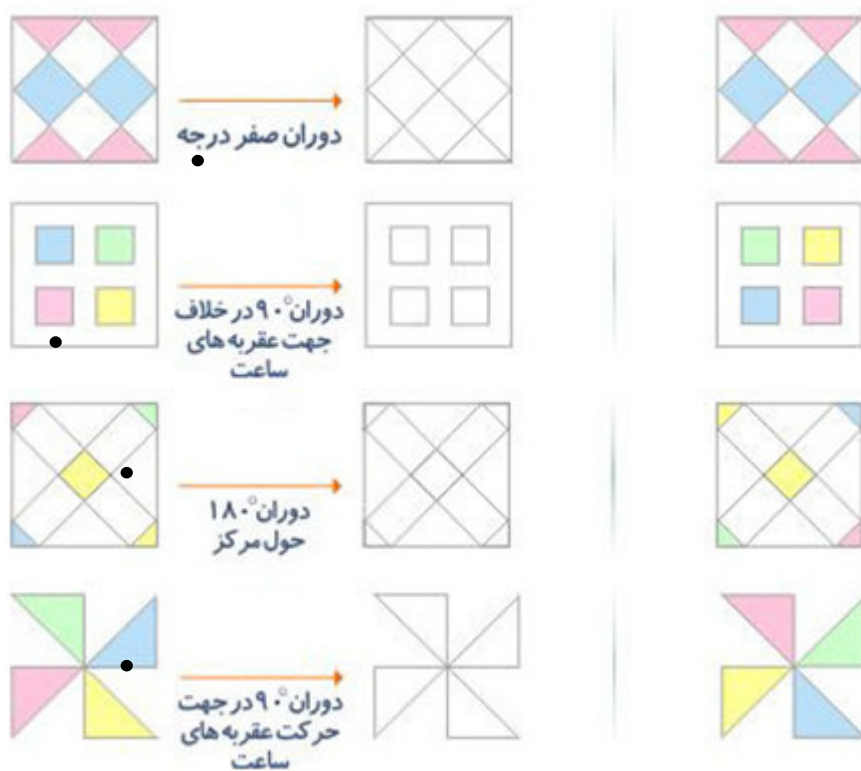
پاسخ: مرکز تقارن متوازی‌الاضلاع، مرکز برخورد قطرهای آن است.

۴. آیا می‌توانید شکلی بیابید که محور تقارن داشته باشد، ولی مرکز تقارن نداشته باشد؟

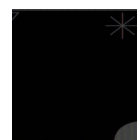
پاسخ: مثلث متساوی‌الساقین، دوزنقه، نیم دایره

۵. شکل‌هایی زیر را با توجه به دوران‌های گفته شده رنگ کنید.

پاسخ:



۶. شکل زیر را ۱۸۰ درجه در جهت عقربه های ساعت حول نقطه ی وسط آن دوران می دهیم. شکل حاصل را رسم کنید.



۷. نقاط زیر را روی محور مختصات نشان دهید.

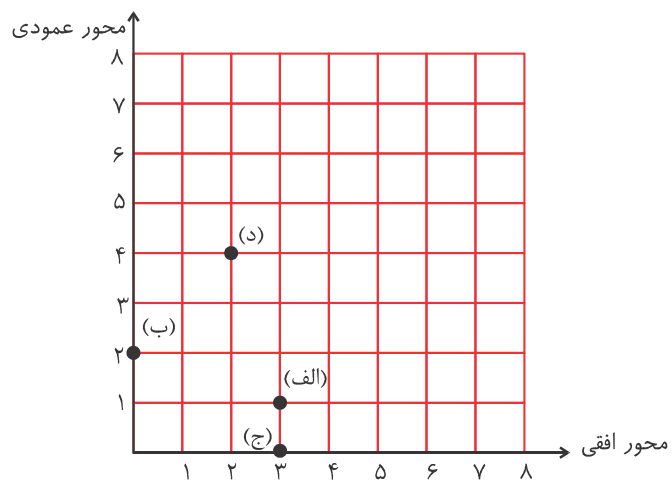
(د) $\begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix}$

(ج) $\begin{bmatrix} 3 \\ 0 \end{bmatrix}$

(ب) $\begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix}$

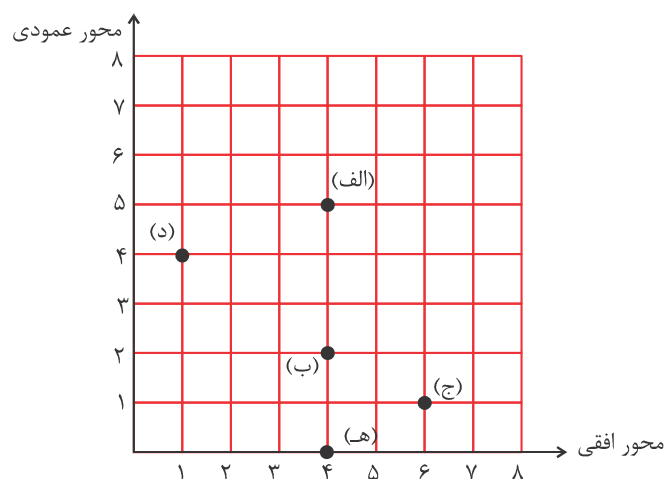
(الف) $\begin{bmatrix} 3 \\ 1 \end{bmatrix}$

پاسخ:



اعداد بالا مربوط به تعداد حرکت بر روی محور افقی و اعداد پایین مربوط به تعداد حرکت بر روی محور عمودی می‌باشد. محل برخورد حرکت‌های افقی و عمودی، نقطه مورد نظر خواهد بود.

۸. مختصات نقاط مشخص شده را بنویسید.



پاسخ:

محور افقی $\begin{bmatrix} 6 \\ 1 \end{bmatrix}$ (ج) محور عمودی

محور افقی $\begin{bmatrix} 4 \\ 2 \end{bmatrix}$ (ب) محور عمودی

محور افقی $\begin{bmatrix} 4 \\ 0 \end{bmatrix}$ (ه) محور عمودی

محور افقی $\begin{bmatrix} 4 \\ 5 \end{bmatrix}$ (الف) محور عمودی

محور افقی $\begin{bmatrix} 1 \\ 4 \end{bmatrix}$ (د) محور عمودی

۹. نقاط زیر را روی محور نشان داده و آن‌ها را به هم وصل کنید. سپس نام شکل به وجود آمده را بنویسید.

(آ) $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ (ب) $\begin{bmatrix} 3 \\ 1 \end{bmatrix}$ (ج) $\begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$

الف) مختصات رأس‌های شکل را ۲ واحد جلو و ۲ واحد بالا می‌بریم. نتیجه مربوطه را بدست آورید.

ب) مختصات رأس‌های شکل را ۳ برابر کنید. نتیجه آن را یادداشت نمایید.

پاسخ:

مثلث متساوی‌الساقین

الف):

$$\begin{bmatrix} 2+2 \\ 3+2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 5 \end{bmatrix} \text{ ج:}$$

$$\begin{bmatrix} 3+2 \\ 1+2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 3 \end{bmatrix} \text{ ب:}$$

$$\begin{bmatrix} 1+2 \\ 1+2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix} \text{ آ:}$$

ب):

$$\begin{bmatrix} 2 \times 3 \\ 3 \times 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ 9 \end{bmatrix} \text{ ج:}$$

$$\begin{bmatrix} 3 \times 3 \\ 1 \times 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 \\ 3 \end{bmatrix} \text{ ب:}$$

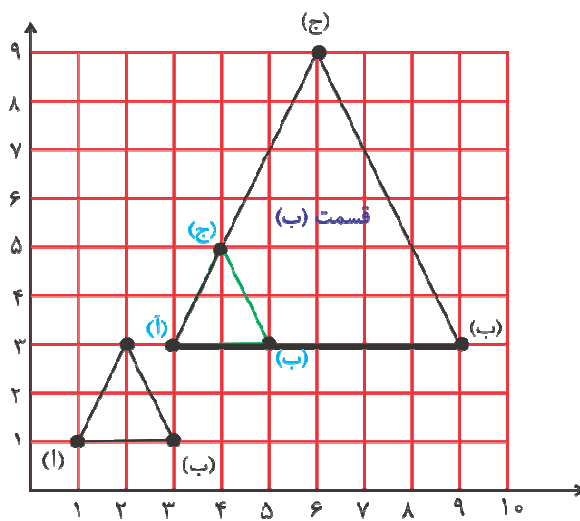
$$\begin{bmatrix} 1 \times 3 \\ 1 \times 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix} \text{ آ:}$$

نتیجه الف):

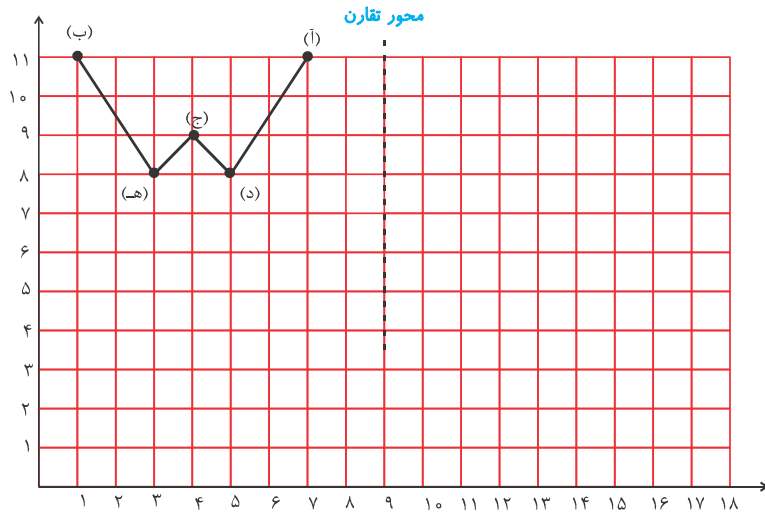
اندازه‌های مثلث تغییری نکرده است، فقط به سمت راست و بالا منتقل شده است.

نتیجه ب):

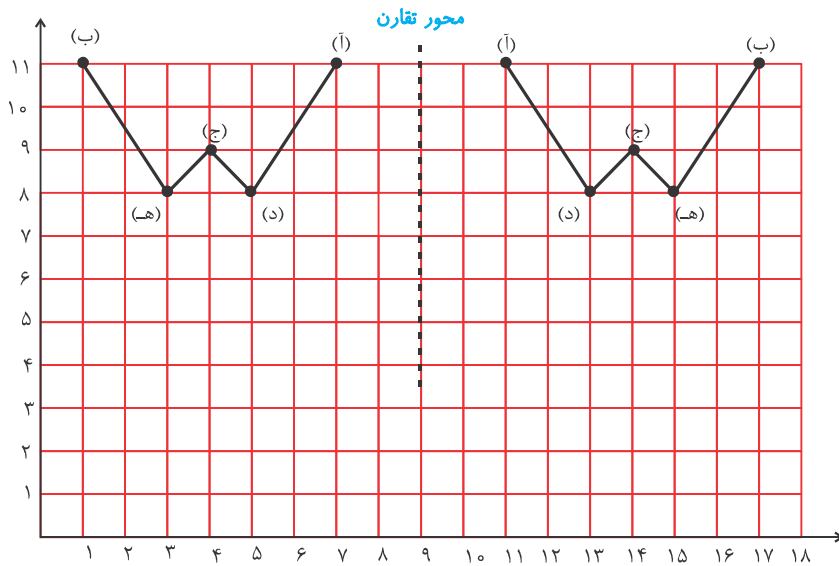
اندازه‌های مثلث، ۳ برابر شده است.



۱۰. قرینه‌ی محوری شکل زیر را رسم کنید و مختصات نقاط قرینه را با نقاط اصلی مقایسه کرده و نتیجه آن را یادداشت کنید.



پاسخ:



$$\begin{bmatrix} 1 \\ 11 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{قرینه نسبت به محور تقارن}} \begin{bmatrix} 17 \\ 11 \end{bmatrix} \text{ (ب)}$$

$$\begin{bmatrix} 7 \\ 11 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{قرینه نسبت به محور تقارن}} \begin{bmatrix} 11 \\ 11 \end{bmatrix} \text{ (ا)}$$

$$\begin{bmatrix} 5 \\ 8 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{قرینه نسبت به محور تقارن}} \begin{bmatrix} 13 \\ 8 \end{bmatrix} \text{ (د)}$$

$$\begin{bmatrix} 4 \\ 9 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{قرینه نسبت به محور تقارن}} \begin{bmatrix} 14 \\ 9 \end{bmatrix} \text{ (ج)}$$

$$\begin{bmatrix} 3 \\ 8 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{قرینه نسبت به محور تقارن}} \begin{bmatrix} 15 \\ 8 \end{bmatrix} \text{ (هـ)}$$

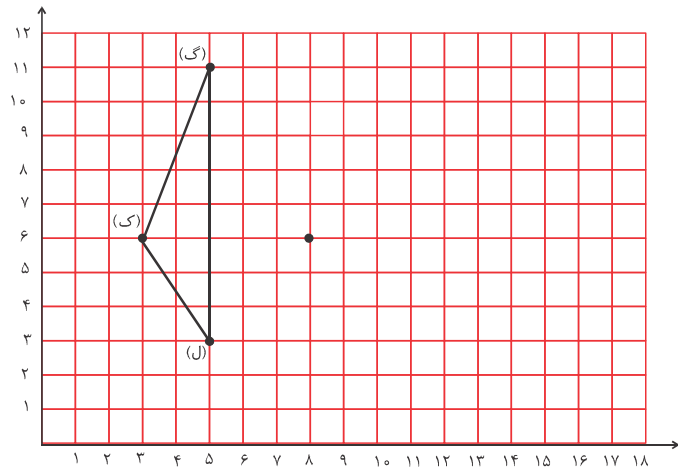
چون محور تقارن عمودی است لذا مؤلفه‌های عمودی در رأس‌ها تغییری نکرده است.

۱۱.

الف) مختصات رأس‌های شکل زیر را بنویسید.

ب) قرینه مرکزی شکل را نسبت به نقطه داده شده بدست آورید.

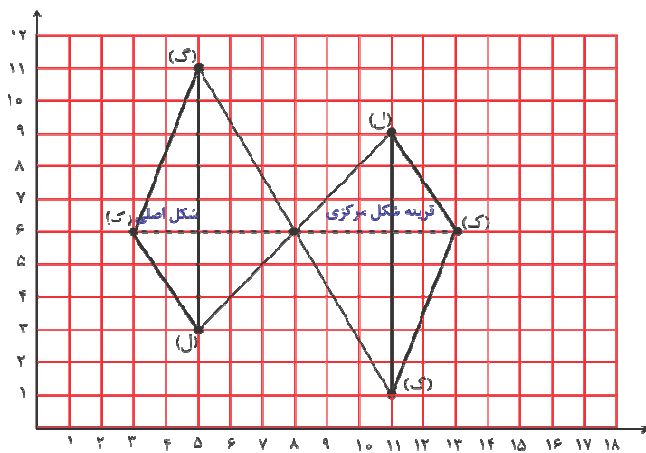
ج) مختصات نقاط قرینه را بنویسید.



پاسخ:

الف) $ک = \begin{bmatrix} 3 \\ 6 \end{bmatrix}$ و $گ = \begin{bmatrix} 5 \\ 11 \end{bmatrix}$ و $ج = \begin{bmatrix} 5 \\ 3 \end{bmatrix}$

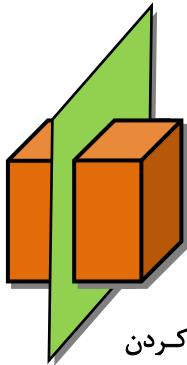
ب)



ج) $ک = \begin{bmatrix} 13 \\ 6 \end{bmatrix}$ و $گ = \begin{bmatrix} 11 \\ 11 \end{bmatrix}$ و $ج = \begin{bmatrix} 11 \\ 3 \end{bmatrix}$

آموزش تکمیلی

برخی اشکال فضایی هستند که شکلی متقارن دارند، مانند مربع و کره. اما چون این اشکال فضایی هستند، محور تقارن برای آنها معنا ندارد. در عوض این اشکال، صفحه‌ی تقارن دارند. یعنی نسبت به یک صفحه متقارن‌اند. این صفحات را صفحه‌ی تقارن می‌نامیم.



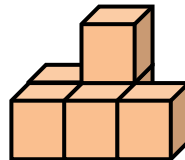
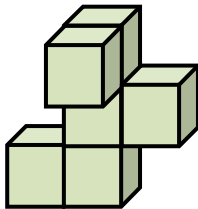
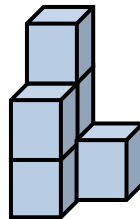
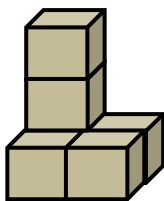
الف) مکعب چند صفحه‌ی تقارن دارد؟

ب) مکعب مستطیل چند صفحه‌ی تقارن دارد؟ (همه‌ی حالات را بررسی کنید)

ج) آیا حجمی وجود دارد که دقیقاً دو صفحه‌ی تقارن داشته باشد؟

د) قسمت قبل را برای ۳، ۴، ۵، ۶ و ۷ صفحه‌ی تقارن، پاسخ دهید.

به هر یک از اشکال حداقل چند مکعب اضافه کنیم، تا صفحه‌ی تقارن داشته باشند. پس از اضافه کردن مکعب‌های لازم، تعداد صفحات تقارن چقدر است؟



فصل ۵

اندازه‌گیری

آموزش مفهومی

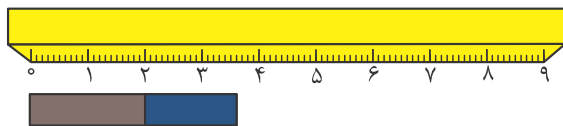
اندازه‌گیری طول و سطح

در جهان هر شیء قابل اندازه‌گیری می‌باشد و برای هر اندازه‌گیری واحدی تعیین شده است. یکی از پر کاربردترین موارد اندازه‌گیری، اندازه‌ی طول می‌باشد که برای آن واحدهای مختلفی داریم، اما واحد استاندارد طول، متر است. برای دقت بیشتر، در اندازه‌گیری، هر متر را به ۱۰۰ قسمت مساوی تقسیم می‌کنند که به هر قسمت یک سانتی‌متری گوئیم، و هر سانتی‌متر را به ۱۰ قسمت مساوی تقسیم کرده‌اند که به هر قسمت یک میلی‌متر می‌گوئیم. در نتیجه داریم:

$$۱۰۰ \text{ سانتی‌متر} = ۱ \text{ متر}$$

$$۱۰ \text{ میلی‌متر} = ۱ \text{ سانتی‌متر}$$

مثال: طول پاک‌کن را بر حسب سانتی‌متر می‌نویسیم:



طول پاک‌کن $\frac{3}{6}$ سانتی‌متر می‌باشد.

با توجه به واحد بندی، طول پاک‌کن ۳۶ میلی‌متر است.

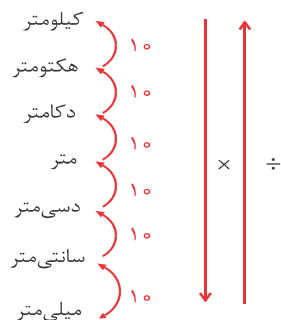
در اندازه‌گیری طول، واحدهای متفاوتی داریم:

کیلومتر، متر، سانتی‌متر، میلی‌متر و

در هر موقعیت خاص یکی از این واحدها مناسب خواهد بود. بنابراین گاهی نیاز به تبدیل واحد داریم.

برای تبدیل واحد از رابطه‌ی زیر استفاده می‌کنیم:

واحدهای اندازه‌گیری طول:



برای تبدیل واحدهای بزرگ‌تر به کوچک‌تر، عدد داده شده را در نسبت آن‌ها ضرب می‌کنیم. برای تبدیل واحدهای

کوچک‌تر به بزرگ‌تر، عدد داده شده را بر نسبت آن‌ها تقسیم می‌کنیم. در ضرب اعداد اعشاری در اعداد ۱۰ و ۱۰۰ و ...

ممیز به تعداد صفرها به جلو حرکت می‌کند و در تقسیم اعداد اعشاری بر این اعداد، ممیز به تعداد صفرها به عقب

حرکت می‌کند.

مثال: $\frac{8}{23}$ سانتی‌متر را به میلی‌متر تبدیل می‌کنیم:

با توجه به رابطه‌ی داده شده، هر سانتی‌متر ۱۰ میلی‌متر می‌باشد. از طرفی واحد بزرگ به واحد کوچک تبدیل می‌شود، در

$$\text{نتیجه عدد داده شده را در } 10 \text{ ضرب می‌کنیم. میلی‌متر } \frac{8}{23} \times 10 = \frac{82}{23}$$

مثال: ۳۲۹ متر را به کیلومتر تبدیل می‌کنیم:

با توجه به رابطه‌ی داده شده، هر کیلومتر ۱۰۰۰ متر است. واحد کوچک به واحد بزرگ تبدیل می‌شود، بنابراین عدد داده

شده بر ۱۰۰۰ تقسیم می‌شود:

$$329 \div 1000 = \frac{0}{329}$$

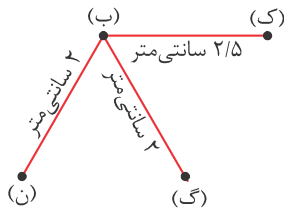
سه رقم به سمت عقب سه تا صفر

فاصله:

اگر بخواهیم فاصله دو نقطه را از یکدیگر پیدا کنیم، کافی است کوتاهترین فاصله را اندازه‌گیری نمائیم.

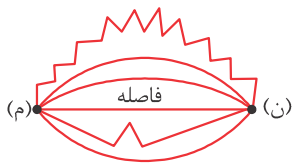
کوتاهترین فاصله بدین معناست که خط راستی از یک نقطه به نقطه دیگر رسم کنیم.

مثال: فاصله نقاط (ک) و (گ) و (ن) را از نقطه (ب) به دست می آوریم.



البته از دو نقطه بی شمار خط می گذرد، اما فاصله دو نقطه خط راست میان آن ها می باشد. برای مثال از دو نقطه (ن) و (م)

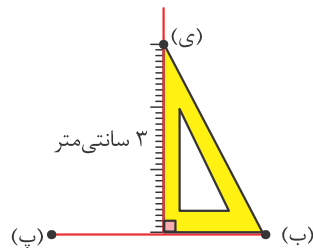
بی نهایت خط خمیده و خط شکسته می گذرد اما فاصله آن ها همان طول خط راست می باشد.



برای به دست آوردن فاصله یک نقطه از یک خط کافی است از آن نقطه خطی را بر خط مورد نظر عمود کنیم، سپس طول

خط عمود را به دست آوریم. طول خط عمود، فاصله نقطه از خط می باشد. البته برای رسم خط عمود از گونیا استفاده می کنیم.

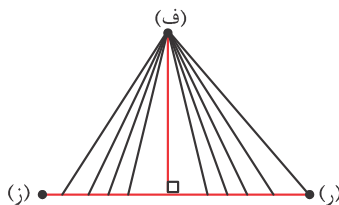
مثال: فاصله نقطه (ی) را از پاره خط (ب پ) به دست می آوریم:



از یک نقطه به یک خط می توان بی شمار خط رسم کرد اما فاصله آن ها خطی می باشد که از نقطه بر خط مورد نظر عمود

شده است. برای مثال از نقطه (ف) بر پاره خط (ر ز) چند خط رسم کرده ایم. فاصله (ف) از پاره خط (ر ز)، طول خط عمود

می باشد.

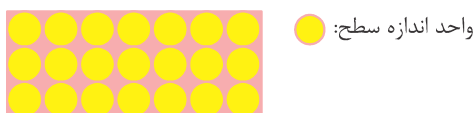


مساحت

مساحت عبارت است از اندازه‌ی رویه‌ی یک شیء. مساحت، یک مقیاس دوبعدی است. اندازه‌گیری یک سطح می‌تواند به صورت پوشاندن یک سطح با یک واحد به طور مکرر انجام شود.

گاهی اوقات واحدی که برای سطح انتخاب می‌کنیم شکل را کامل نمی‌پوشاند یا مقداری از آن از شکل بیرون می‌ماند.

مثال:



در شکل بالا بخشی از سطح مستطیل توسط دایره‌ها پوشانده نشده است. البته اگر دایره‌ها را بشماریم تقریباً سطح مستطیل بر حسب دایره ۲۱ واحد می‌باشد.

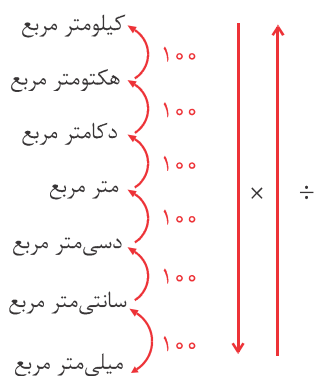
برای رفع این اشکال از واحدی استفاده می‌کنیم که وقتی با کنار هم گذاشتن آن سطح را می‌پوشانیم بین آن‌ها فضای خالی وجود نداشته باشد. مربع چنین شکلی است و غالباً از آن استفاده می‌شود.

مثال: با توجه به واحد سطح، مساحت شکل زیر را محاسبه می‌کنیم:



مساحت این شکل بر حسب مربع حدود ۱۲ واحد است.

واحدهای اندازه‌گیری سطح عبارتند از میلی‌متر مربع، سانتی‌متر مربع، دسی‌متر مربع، متر مربع، کیلومتر مربع و ... برای تبدیل واحدهای اندازه‌گیری سطح از رابطه‌ی زیر استفاده می‌شود.



توجه کنید که برای انجام تبدیل واحدها از جدول تناسب استفاده می‌شود.

مثال:

متر مربع	۱	۲/۷
سانتی‌متر مربع	۱۰۰۰۰	?

$$\Rightarrow ? = \frac{10000 \times 2/7}{1} = 27000 \text{ سانتی‌متر مربع}$$

واحد استاندارد اندازه‌گیری سطح، متر مربع می‌باشد. اما گاهی اوقات واحدهای دیگر مناسب می‌باشند.

مثال: برای بیان مساحت یک مزرعه از کیلومتر مربع، و برای بیان مساحت یک کتاب از سانتی‌متر مربع استفاده می‌شود.

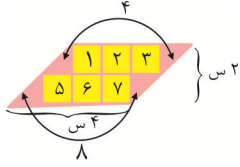
مساحت اشکال هندسی:

اگر بخواهیم مساحت یک شکل را بدست آوریم، از دو روش می‌توان این کار را انجام داد.

(۱) شمارش تعداد مربع‌های به ضلع ۱ سانتی‌متر.

۲) استفاده از دستور محاسبه‌ی مساحت اشکال.

مثال: مساحت شکل زیر را از دو روش محاسبه می‌کنیم:



سانتی‌متر مربع $8 = 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1$: روش اول

سانتی‌متر مربع $8 = 4 \times 2 =$ ارتفاع \times قاعده = مساحت متوازی‌الاضلاع: روش دوم

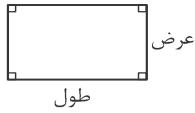
همان‌طور که ملاحظه کردید از هر دو روش جواب نهایی یکسان می‌باشد، اما استفاده از روش دوم راحت‌تر است. فرمول

مساحت بعضی از اشکال هندسی را در سال قبل یاد گرفتید.

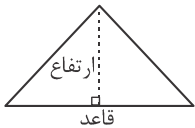
خودش \times یک ضلع = مساحت مربع



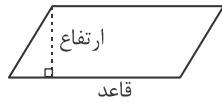
عرض \times طول = مساحت مستطیل



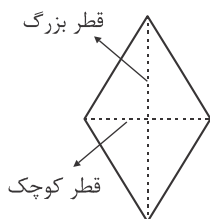
ارتفاع \times قاعده = مساحت مثلث

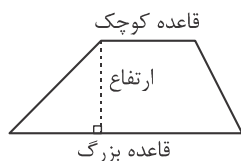


ارتفاع \times قاعده = مساحت متوازی‌الاضلاع



قطر کوچک \times قطر بزرگ = مساحت لوزی

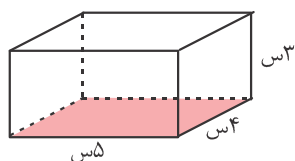




$$\text{مساحت ذوزنقه} = \frac{\text{ارتفاع} \times (\text{قاعده‌ی کوچک} + \text{قاعده‌ی بزرگ})}{2}$$

سطح (وجه) در اجسام هندسی:

گاهی امکان دارد که شکل هندسی بیشتر از یک سطح (وجه) داشته باشد. برای به دست آوردن مساحت تمام سطوح، ابتدا شکل هر سطح و تعداد هر شکل را تعیین کرده و سپس با استفاده از فرمول‌های مساحت اشکال هندسی مساحت آن‌ها را بدست می‌آوریم.



مثال: مساحت تمام سطوح مکعب مستطیل را به دست آورید.

این مکعب مستطیل دارای ۶ سطح یا وجه می‌باشد.

(۱) ۲ وجه آن مستطیلی به طول ۵ و عرض ۴ سانتی‌متر.

(۲) ۲ وجه آن مستطیلی به طول ۴ و عرض ۳ سانتی‌متر.

(۳) ۲ وجه آن مستطیلی به طول ۵ و عرض ۳ سانتی‌متر.

حال، مساحت هر کدام را به دست می‌آوریم در ۲ ضرب می‌کنیم و سپس با هم جمع می‌کنیم.

$$40 = 20 \times 2 \Rightarrow \text{سانتی‌متر مربع } 20 = 5 \times 4 \text{ مساحت (۱)}$$

$$24 = 12 \times 2 \Rightarrow \text{سانتی‌متر مربع } 12 = 4 \times 3 \text{ مساحت (۲)}$$

$$30 = 5 \times 2 \Rightarrow \text{سانتی متر مربع } 15 = 5 \times 3 \text{ مساحت (3)}$$

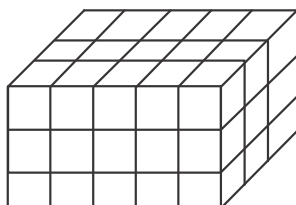
$$\text{سانتی متر مربع } 94 = 30 + 24 + 40 = \text{مساحت تمام سطوح}$$

حجم و جرم

به فضایی که یک جسم اشغال می کند، حجم آن جسم می گویند. برای محاسبه ی حجم از واحدهای متفاوتی می توانیم

استفاده کنیم. اما واحد استاندارد آن یک مکعب به ضلع ۱ سانتی متر می باشد.

مثال: حجم مکعب مستطیل زیر ۴۵ سانتی متر مکعب است. (با شمارش)

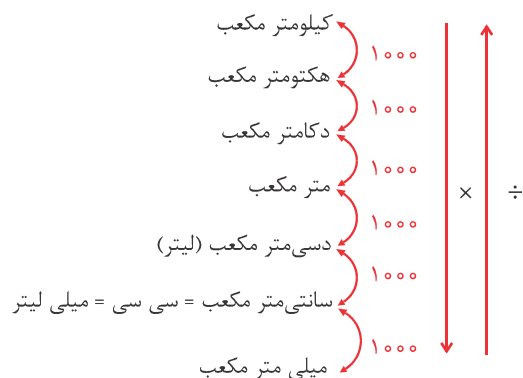


استفاده از شمارش مکعب برای محاسبه ی حجم کار دشواری است و امکان خطا در آن وجود دارد. بهترین روش استفاده از فرمول حجم می باشد.

واحدهای استاندارد اندازه گیری حجم:

برای اندازه گیری حجم واحدهای مختلفی وجود دارد، مانند: کیلومتر مکعب، متر مکعب، سانتی متر مکعب و ... با توجه به اندازه ی حجم از واحد مناسب آن استفاده می کنیم.

مثال: برای اندازه گیری حجم یک کفش، سانتی متر مکعب را به کار می بریم. بین واحدهای مختلف اندازه گیری حجم رابطه ی زیر وجود دارد.



در تبدیل واحدهای حجم می توانیم از جدول تناسب استفاده کنیم.

مثال: $9/5$ کیلومتر مکعب 9500000000 متر مکعب است. زیرا:

کیلومتر مکعب	۱	$9/5$
متر مکعب	1000000000	?

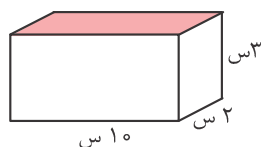
$$\Rightarrow \text{متر مکعب } 9500000000 = 9/5 \times 1000000000 = ?$$

حجم شکل های هندسی:

بسیاری از اشکال هندسی دارای وجه های مشخصی به نام قاعده هستند. می توان گفت قاعده قسمتی از شکل است که روی سطح زمین قرار می گیرد و فاصله ی بین دو قاعده ی شکل هندسی را ارتفاع می نامیم. دقت کنید که اگر از بالا به جسمی نگاه کنیم (به صورت عمودی) در واقع قاعده ی آن را می بینیم. برای محاسبه ی حجم اشکال هندسی استفاده از فرمول راحت تر می باشد. فرمول زیر دستور محاسبه ی حجم مکعب، مکعب مستطیل و استوانه می باشد.

$$\text{ارتفاع} \times \text{مساحت قاعده} = \text{حجم}$$

مثال: حجم مکعب مستطیل زیر را بدست می آوریم:



قاعده ی آن مستطیل می باشد. ارتفاع نیز ۳ سانتی متر است.

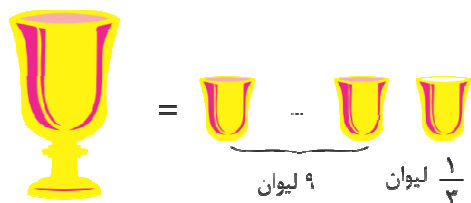
$$\text{سانتی متر مربع} = ۲۰ = ۱۰ \times ۲ = \text{عرض} \times \text{طول} = \text{مساحت مستطیل} = \text{مساحت قاعده}$$

$$\text{سانتی متر مربع} = ۶۰ = ۲۰ \times ۳ = \text{ارتفاع} \times \text{مساحت قاعده} = \text{حجم مکعب مستطیل}$$

گاهی با اجسامی مواجه می شویم که دارای شکل شناخته شده ای نیستند و برای محاسبه ی حجم آن با مشکل روبه رو می شویم. برای حل این مشکل کافی است، محتویات آن ها را در اشکال شناخته شده بریزیم و با استفاده از حجم اشکال شناخته شده به حجم اجسام ناشناخته خواهیم رسید.

مثال: ظرفی را با $۹\frac{1}{۳}$ لیوان که حجم هر لیوان ۴۵ سانتی متر مکعب است، با آب پر کردیم. حجم ظرف را محاسبه

می کنید.



$$\left. \begin{array}{l} 9 \times 45 = 405 \\ 45 \div 3 = 15 \end{array} \right\} \Rightarrow 405 + 15 = 420$$

سانتی‌متر مکعب حجم ظرف مورد نظر

جرم

به مقدار ماده تشکیل دهنده یک جسم، جرم می‌گویند و واحد آن تن، کیلوگرم، گرم و ... می‌باشد.

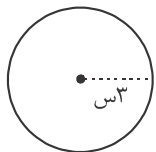
$$\begin{array}{ccccc} & \xrightarrow{\times 1000} & & \xrightarrow{\times 1000} & \xrightarrow{\times 1000} \\ \text{تن} & \xleftarrow{\div 1000} & \text{کیلوگرم} & \xleftarrow{\div 1000} & \text{گرم} & \xleftarrow{\div 1000} & \text{میلی‌گرم} \end{array}$$

مساحت دایره

$$\text{مساحت دایره} = \text{شعاع} \times \text{شعاع} \times 3/14 \text{ (عدد پی)}$$



مثال: مساحت شکل زیر را به دست می‌آوریم:



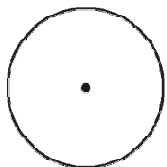
$$\times 3/14$$

$$\text{شعاع} \times \text{شعاع} = \text{مساحت دایره}$$

$$\text{مساحت دایره} = 3 \times 3 \times 3/14 = 9 \times 3/14 = 28/26$$

مثال: برای باغ گل مدور آقای صالحی که مساحتی معادل ۵ مترمربع دارد، می‌خواهیم به دست آوریم چند متر نرده برای

باغ گل لازم است:



$$\pi R^2 = 5 \quad R^2 = \frac{5}{\pi} \quad R = \sqrt{\frac{5}{\pi}}$$

$$\text{محیط دایره} = 2\pi R = 2\pi \times \sqrt{\frac{5}{\pi}}$$

خط و زاویه

به ناحیه محصور شده توسط دو نیم‌خطی که رأس مشترک دارند، زاویه می‌گوییم. بنابراین زاویه دارای دو ضلع و یک

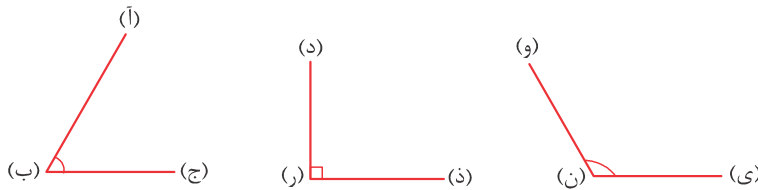
رأس می‌باشد. اندازه هر قسمت، را با حرف نام‌گذاری می‌کنیم. واحد استاندارد اندازه‌گیری زاویه درجه است.

اگر دایره را به ۳۶۰ قسمت مساوی تقسیم کنیم، اندازه هر قسمت، یک درجه می‌باشد.

برای نمایش مقدار درجه از علامت (°) و برای نمایش زاویه مشخص شده از علامت (∧) استفاده می‌کنیم. زاویه

را با وسیله‌ای به نام نقاله اندازه‌گیری می‌کنند.

مثال: زاویه‌های (آ ب ج)، (د ر ذ) و (و ن ی) را به وسیله نقاله اندازه‌گیری می‌گیریم:



زاویه (آ ب ج)، 60° است.

زاویه (د ر ذ)، 90° است.

زاویه (و ن ی)، 120° است.

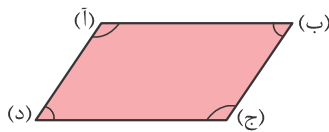
مثال: زاویه‌های داخلی متوازی‌الاضلاع زیر را به وسیله نقاله اندازه‌گیری می‌کنیم:

زاویه (ب آ د)، 120° است.

زاویه (آ د ج)، 60° است.

زاویه (د ج ب)، 120° است.

زاویه (ج ب آ)، 60° است.



اگر زاویه‌های داخلی متوازی‌الاضلاع را جمع کنیم به عدد 360° می‌رسیم:

$$120^\circ + 60^\circ + 120^\circ + 60^\circ = 360^\circ$$

اگر مجموع زاویه‌های داخلی ۴ ضلعی‌های دیگر مانند مستطیل، مربع، دوزنقه و ... را اندازه‌گیری نمائیم، به عدد

360° می‌رسیم.

به‌دست آوردن مجموع زاویه‌های داخلی اشکال چند ضلعی به وسیله نقاله، کار طولانی خواهد بود. مجموع این زاویه‌ها از

فرمول زیر پیروی می‌کند:

$$180^\circ \times (2 - \text{تعداد اضلاع}) = \text{مجموع زاویه‌های داخلی چند ضلعی}$$

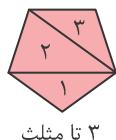
زیرا اگر شکل‌های چند ضلعی را به مثلث تبدیل کنیم، همیشه تعداد مثلث‌ها ۲ تا کمتر از تعداد ضلع‌ها خواهد شد

و چون مجموع زاویه‌های داخلی مثلث 180° می‌باشد، برای محاسبه کافی است دو تا کمتر از تعداد اضلاع را در

180° ضرب کنیم تا مجموع زاویه‌های داخلی چند ضلعی به‌دست آید.

مثال: مجموع زاویه‌های داخلی یک ضلعی را به دست می‌آوریم:

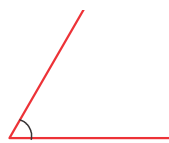
$$(5-2) \times 180^\circ = 3 \times 180^\circ = 540^\circ$$



۳ تا مثلث

انواع زاویه:

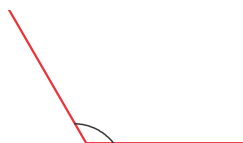
۳ نوع زاویه داریم: زاویه تند (حاده)، زاویه راست (قائمه) و زاویه باز (منفرجه). شکل زاویه‌های ذکر شده به صورت زیر می‌باشد:



زاویه تند (حاده)



زاویه راست (قائمه)



زاویه باز (منفرجه)

اندازه‌ی زاویه تند از 90° کمتر می‌باشد. اندازه‌ی زاویه راست 90° است. اندازه‌ی زاویه باز از 90° بیشتر است. البته زاویه دیگری به نام نیم‌صفحه داریم. زاویه نیم‌صفحه 180° است.



180° یا نیم صفحه

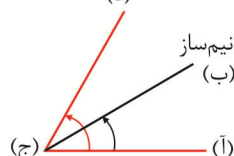
به نیم‌خطی که هر زاویه را به دو زاویه مساوی تقسیم می‌کند، نیم‌ساز می‌گوئیم.

مثال: اندازه‌ی زاویه‌های خواسته شده را به دست می‌آوریم. (الف)



$$\hat{I} = 50^\circ$$

زیرا نیم‌ساز هر زاویه را به دو زاویه مساوی تقسیم می‌کند. بنابراین زاویه (آ) نیز 50° است. (ب) اگر زاویه (آ ج د) 80° باشد زاویه (آ ج ب) چند درجه خواهد بود؟

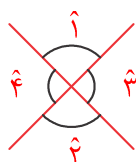


$$\hat{B} = 80 \div 2 = 40^\circ$$

حالت‌های دو زاویه نسبت به رأس:

۱. دو زاویه متقابل به رأسند یعنی دو زاویه‌ای که اضلاع آن‌ها در امتداد یکدیگرند.

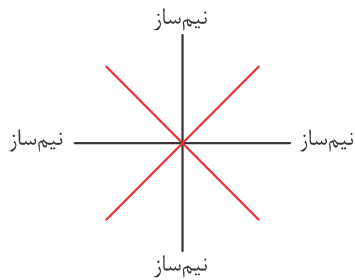
۲. دو زاویه متقابل رأس همواره با هم مساویند.



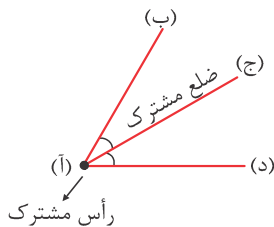
متقابل به رأسند. $\hat{1} = \hat{2}$

متقابل به رأسند. $\hat{3} = \hat{4}$

نیم‌سازهای دو زاویه متقابل به رأس در امتداد یکدیگرند.

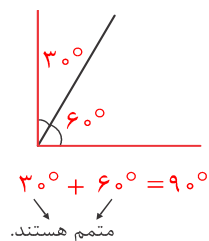


۳. دو زاویه مجاورند. یعنی دو زاویه‌ای که در یک رأس و یک ضلع با هم مشترکند.

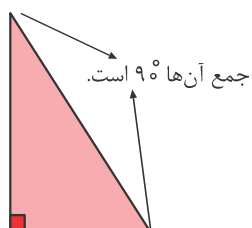


۴. دو زاویه (ب آ ج) و (د آ ج) مجاورند.

۵. دو زاویه متمم هستند یعنی دو زاویه‌ای که جمع آن‌ها 90° باشد. حتماً باید دو زاویه تند باشند تا با هم متمم شوند.



مثلی که در آن مجموع دو زاویه تند 90° شود، مثلث قائم‌الزاویه خواهد بود.

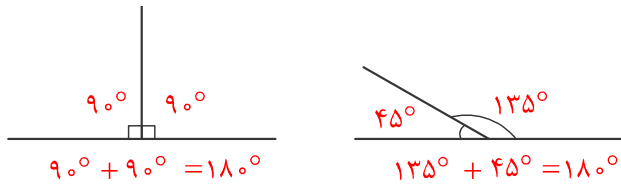


از آن‌جا که مجموع زاویه‌های داخلی یک مثلث 180° است در این صورت داریم:

$$180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$$

بنابراین یکی از زاویه‌ها قائمه است.

دو زاویه مکملند. یعنی جمعشان 180° می‌باشد. (دو زاویه قائمه) و (دو زاویه باز و تند) مکملند.

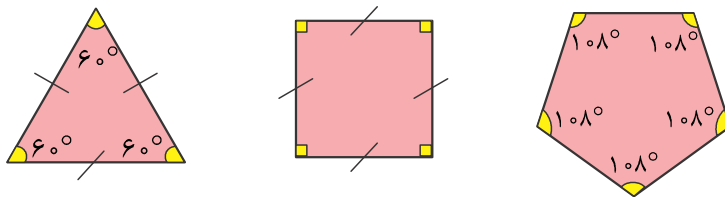


مثال: متمم و مکمل زاویه 50° را به دست می آوریم:

$$\text{متمم} \Rightarrow 90^\circ - 50^\circ = 40^\circ$$

$$\text{مکمل} \Rightarrow 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ$$

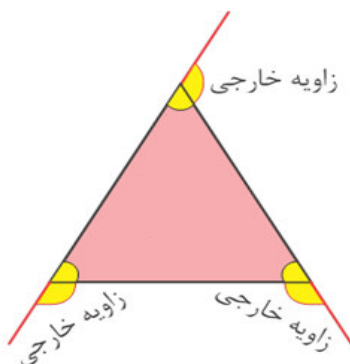
اشکال منتظم: اشکالی هستند که ضلع‌ها و زاویه‌های برابر دارند مانند مثلث متساوی‌الاضلاع، مربع، پنج ضلعی منتظم و



زاویه خارجی:

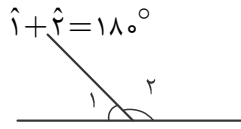
در هر شکل با ادامه دادن هر ضلع زاویه‌ای ایجاد می‌شود که به آن زاویه خارجی می‌گویند. در شکل زیر زوایای خارجی

یک مثلث را نشان می‌دهیم:



هر زاویه خارجی با هر زاویه داخلی کنار آن مکمل هستند. یعنی مجموع آن‌ها 180° می‌باشند.

دو زاویه مجانب: دو زاویه مجاور اگر مکمل هم باشند، (مجموع آن‌ها 180°) باشد مجانب نامیده می‌شوند.



زاویه $\hat{1}$ و $\hat{2}$ مجاور هم می‌باشند و مجموعشان نیز 180° است. بنابراین دو زاویه $\hat{1}$ و $\hat{2}$ مجانب هستند.

مثال‌های مفهومی

۱. جاهای خالی را پر کنید.

(الف) واحد اندازه‌گیری مناسب برای فاصله بین دو شهر، می‌باشد.

(ب) واحد اندازه‌گیری مناسب برای طول یک مورچه، می‌باشد.

(ج) واحد استاندارد اندازه‌گیری طول، است.

(د) هر متر، سانتی‌متر است.

(ه) هر کیلومتر، متر است.

(و) هر سانتی‌متر، میلی‌متر است.

پاسخ:

(الف) کیلومتر

(ب) میلی‌متر

(ج) متر

(د) ۱۰۰

(ه) ۱۰۰۰

(و) ۱۰

۲. با توجه به رابطه‌ی بین واحدهای اندازه‌گیری، جاهای خالی را با عدد مناسب پر کنید.

(الف) $8/4$ سانتی‌متر، میلی‌متر است.

(ب) $823/58$ میلی‌متر سانتی‌متر می‌باشد.

(ج) ۸ کیلومتر میلی‌متر می‌باشد.

(د) ۸۲ سانتی‌متر کیلومتر است.

پاسخ:

(الف)

۱ سانتی‌متر = ۱۰ میلی‌متر

$$8/4 \times 10 = 84$$

واحد بزرگ به کوچک تبدیل می‌شود، بنابراین از ضرب استفاده کردیم.

(ب)

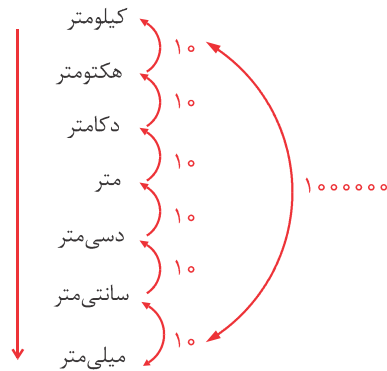
۱ سانتی متر = ۱۰ میلی متر

$$\Rightarrow ۸۲۳/۰۸ \div ۱۰ = ۸۲/۳۰۸$$

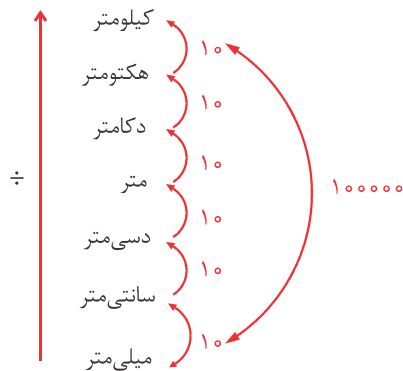
واحد کوچک به بزرگ تبدیل می شود، در نتیجه از تقسیم استفاده می کنیم. چون یک عدد صفر داشتیم، پس یک رقم ممیز را به عقب فرستادیم.

(ج)

$$۸ \times ۱۰۰۰۰۰۰ = ۸۰۰۰۰۰۰$$



$$۸۲ \div ۱۰۰۰۰۰۰ = ۰/۰۰۰۰۸۲$$

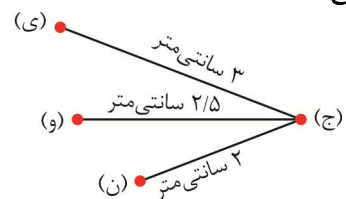


چون ۵ تا صفر داشتیم، ۵ رقم ممیز را به عقب می بریم، ۸۲ دو رقم دارد، ۳ تا صفر هم پشت آن می گذاریم و سپس ممیز را قرار

می دهیم.

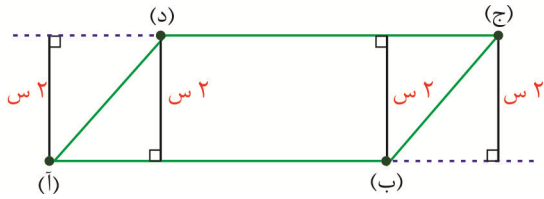
۳. فاصله نقطه (ج) را از نقطه های خواسته شده رسم و اندازه گیری کنید.

پاسخ:

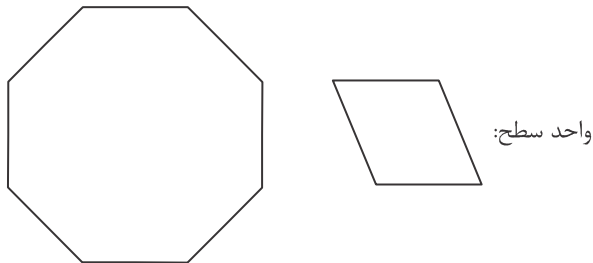


۴. فاصله رأس‌های متوازی‌الاضلاع را از ضلع مقابل آن به‌دست می‌آوریم.

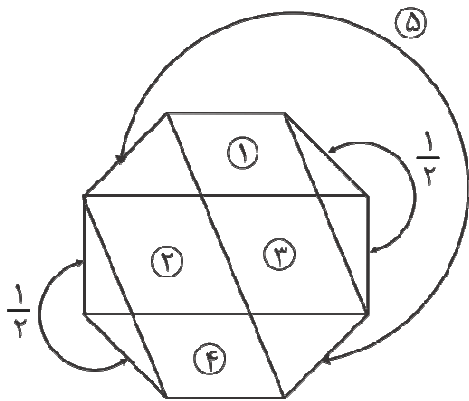
پاسخ:



برای به‌دست آوردن فاصله نقاط (آ) و (ج) از ضلع‌های روبه‌رو کافی است ضلع‌ها را امتداد دهیم. سپس از آن نقاط، خطی را بر اضلاع مقابل عمود کنیم. فاصله تمام آن‌ها ۲ سانتی‌متر است. زیرا در متوازی‌الاضلاع مقابل با هم موازیند و فاصله دو خط موازی همواره با هم برابر می‌باشد.
* نکته: فاصله دو خط موازی برابر با خط عمود به آن دو خط است و کوتاهترین فاصله دو خط، خط عمود می‌باشد.
۵. با توجه به واحد سطح، سطح شکل زیر را به‌دست آورید.



پاسخ:



تقریباً ۶ واحد

۶. برای اندازه‌گیری خواسته شده، واحد مناسب سطح را بنویسید.

الف) مساحت کشور برزیل

ب) مساحت کلاس درس

ج) مساحت جلد دفتر یادداشت

پاسخ:

الف) کیلومتر مربع

ب) متر مربع

ج) سانتی متر مربع

۷. تبدیل واحدهای داده شده را محاسبه کنید.

الف) هر $17/9$ دسی متر مربع، میلی متر مربع می باشد.

ب) هر $0/76$ سانتی متر مربع، دسی متر مربع است.

پاسخ:

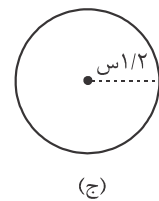
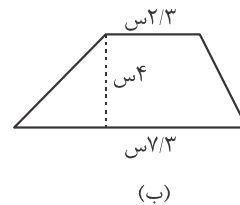
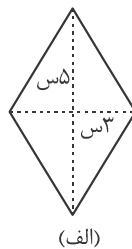
دسی متر مربع	۱	$17/9$
میلی متر مربع	10000	؟

 $\Rightarrow ? = \frac{10000 \times 17/9}{1} = 179000$ میلی متر مربع (الف)

سانتی متر مربع	100	$0/76$
دسی متر مربع	۱	؟

 $\Rightarrow ? = \frac{1 \times 0/76}{100} = \frac{76}{100} \div 100 = \frac{76}{100} \times \frac{1}{100} = 0/0076$ دسی متر مربع (ب)

۸. مساحت شکل های زیر را بدست آورید.



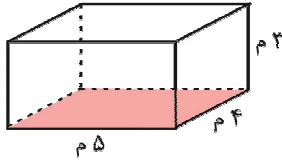
پاسخ:

$$\text{مساحت لوزی (الف)} = \frac{\text{قطر کوچک} \times \text{قطر بزرگ}}{2} = \frac{5 \times 3}{2} = \frac{15}{2} = 7/5 \text{ سانتی متر مربع}$$

$$\text{مساحت دوزنقه (ب)} = \frac{\text{ارتفاع} \times (\text{قاعده کوچک} + \text{قاعده بزرگ})}{2} = \frac{(7/3 + 2/3) \times 4}{2} = 19/2 \text{ سانتی متر مربع}$$

$$\text{مساحت دایره (ج)} = \text{شعاع} \times \text{شعاع} \times \frac{3}{14} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{3}{14} = \frac{1}{44} \times \frac{3}{14} = \frac{3}{616}$$

۹. می‌خواهند کلاس امیرعلی را رنگ بزنند. کلاس امیرعلی به شکل مکعب مستطیل به ترتیب به طول، عرض و ارتفاع ۵ و ۴ و ۳ متر می‌باشد. برای رنگ‌زدن تمام دیوارهای این کلاس باید چند متر مربع را رنگ بزنیم؟ پاسخ:



کلاس امیرعلی دارای ۶ وجه (سطح) می‌باشد:

(۱) ۲ وجه (سطح) مستطیلی به طول و عرض ۵ و ۳ متر (جلو و عقب)

(۲) ۲ وجه (سطح) مستطیلی به طول و عرض ۴ و ۳ متر (راست و چپ)

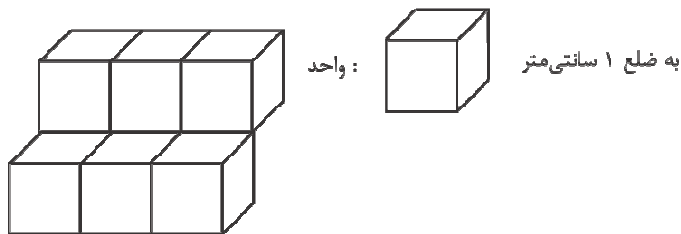
ابتدا مساحت هر مستطیل را محاسبه و در ۲ ضرب می‌کنیم، سپس تمام جواب‌ها را با هم جمع می‌کنیم.

$$\text{مربع } ۳۰ = ۱۵ \times ۲ = ۱۵ \Rightarrow ۳ \times ۵ = ۱۵ = \text{مساحت مستطیل (۱)}$$

$$\text{مربع } ۲۴ = ۱۲ \times ۲ = ۱۲ \Rightarrow ۳ \times ۴ = ۱۲ = \text{مساحت مستطیل (۲)}$$

$$\text{مربع } ۵۴ = ۳۰ + ۲۴ = \text{مساحت (۱)} + \text{مساحت (۲)} = \text{مساحت کل دیوارهای کلاس امیرعلی}$$

۱۰. با توجه به واحد داده شده حجم جسم زیر را به دست آورید.



پاسخ:

با شمارش تعداد مکعب‌های واحد حجم این جسم ۶ سانتی‌متر مکعب می‌باشد.

۱۱. برای اندازه‌گیری حجم موارد زیر واحد مناسب حجم را بنویسید.

(الف) حجم یک لیوان

(ب) حجم یک تانکر آب

(ج) حجم یک لوبیا قرمز

پاسخ:

(الف) سانتی‌متر مکعب یا سی‌سی

(ب) متر مکعب

(ج) میلی‌متر مکعب

۱۲. به سوالات زیر پاسخ دهید.

(الف) ۴۲۲۰۰ دسی‌متر مکعب چند متر مکعب می‌باشد؟

(ب) ۸۰۰۰۰۰۰ میلی‌متر مکعب چند دسی‌متر مکعب است؟

پاسخ:

(الف)

متر مکعب	۱	؟
دسی‌متر مکعب	۱۰۰۰	۴۲۲۰۰

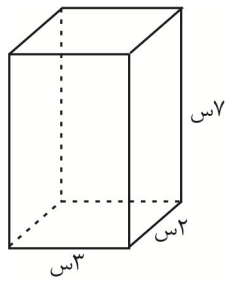
$$\Rightarrow ? = \frac{۴۲۲۰۰ \times ۱}{۱۰۰۰} = ۴۲/۲ \text{ متر مکعب}$$

(ب)

دسی‌متر مکعب	۱	؟
میلی‌متر مکعب	۱۰۰۰۰۰۰	۸۰۰۰۰۰۰

$$\Rightarrow ? = \frac{۱ \times ۸۰۰۰۰۰۰}{۱۰۰۰۰۰۰} = ۸ \text{ دسی‌متر مکعب}$$

۱۳. حجم شکل‌های زیر را به دست آورید.



(الف)

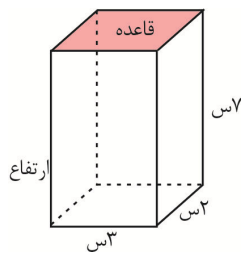


(ب)

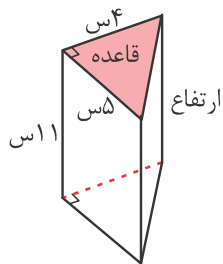
پاسخ:

الف) قاعده‌ی شکل یک مستطیل به طول و عرض ۳ و ۲ سانتی‌متر می‌باشد. ارتفاع آن ۷ سانتی‌متر است.
 سانتی‌متر مربع $6 = 3 \times 2 = \text{عرض} \times \text{طول} = \text{مساحت مستطیل} = \text{مساحت قاعده}$

سانتی‌متر مکعب $42 = 6 \times 7 = \text{ارتفاع} \times \text{مساحت قاعده} = \text{حجم مکعب مستطیل}$



ب) قاعده‌ی شکل یک مثلث قائم‌الزاویه به قاعده و ارتفاع ۵ و ۴ سانتی‌متر می‌باشد.



پاسخ:

$$\text{سانتی‌متر مربع } 10 = \frac{5 \times 4}{2} = \frac{\text{ارتفاع} \times \text{قاعده}}{2} = \text{مساحت مثلث}$$

$$\text{سانتی‌متر مکعب } 110 = 10 \times 11 = \text{ارتفاع} \times \text{مساحت قاعده} = \text{حجم شکل}$$

۱۴. یک چاهی را با ۱۲ فرقون و $\frac{1}{4}$ فرقون از خاک پر کردیم. اگر حجم هر فرقون $\frac{1}{4}$ متر مکعب باشد، حجم چاه چند متر

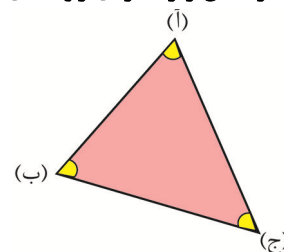
مکعب می‌باشد؟



$$(12 \times 0/4) + (\frac{1}{4} \times 0/4) = 4/8 + 0/1 = 4/9$$

حجم چاه ۴/۹ متر مکعب می‌باشد.

۱۵. در شکل زیر اندازه‌ی زاویه‌های خواسته شده را به وسیله‌ی نقاله به دست می‌آوریم و مجموع آن‌ها را بدست آورید.



پاسخ:

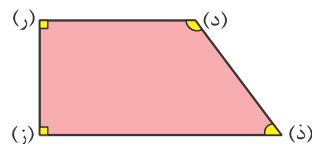
زاویه (آ)، 70° است.

زاویه (ب) 60° است.

زاویه (ج) 50° است.

مجموع زاویه‌های داخلی مثلث $70 + 60 + 50 = 180^\circ$

۱۶. مجموع زاویه‌های داخلی دوزنقه‌ی قائم‌الزاویه‌ی زیر را به وسیله‌ی نقاله به دست آورید.



پاسخ:

زاویه (ر) 90° است.

زاویه (د) 110° است.

زاویه (ز) 90° است.

زاویه (ذ) 70° است.

مجموع زاویه‌های داخلی دوزنقه قائم‌الزاویه $90 + 90 + 110 + 70 = 360^\circ$

۱۷. بدون استفاده از شکل و نقاله مجموع زاویه‌های داخلی یک ۹ ضلعی را بیابید.

پاسخ:

$$(9-2) \times 180^\circ = 7 \times 180^\circ = 1260^\circ$$

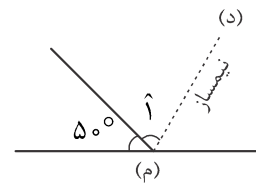
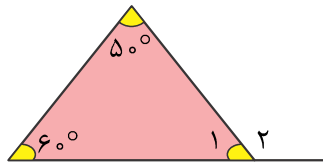
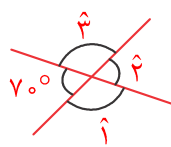
۱۸. نوع زاویه‌های زیر را تعیین کنید.

الف) 86°	ب) 90°	ج) 153°
د) 180°	هـ) 45°	

پاسخ:

الف) زاویه تند	ب) زاویه قائمه
ج) زاویه باز	د) زاویه نیم صفحه
هـ) زاویه تند	

۱۹. در اشکال زیر اندازه‌ی زوایای خواسته شده را به دست آورید.



ج)

$$\hat{a} = ?$$

$$\hat{b} = ?$$

$$\hat{c} = ?$$

ب)

$$\hat{a} = ?$$

$$\hat{b} = ?$$

الف)

نیمساز = (م د) $\hat{a} = ?$

پاسخ:

الف)

$$180^\circ - 50^\circ = 130^\circ$$

دو زاویه با هم مکملند. از طرفی (م د) نیمساز است. بنابراین:

$$130^\circ \div 2 = 65^\circ \Rightarrow \hat{a} = 65^\circ$$

ب)

$$50^\circ + 60^\circ = 110^\circ, \quad 180^\circ - 110^\circ = 70^\circ \Rightarrow \hat{b} = 70^\circ$$

مجموع زوایای داخلی مثلث 180° می‌باشد.

زوایای \hat{A} , \hat{C} مکمل هستند.

$$180^\circ - 70^\circ = 110^\circ \Rightarrow \hat{C} = 110^\circ$$

(ج)

زاویه \hat{C} با زاویه 70° متقابل به رأسند، بنابراین:

$$\hat{C} = 70^\circ$$

زاویه \hat{A} با زاویه 70° مکمل‌اند. لذا:

$$180^\circ - 70^\circ = 110^\circ \rightarrow \hat{A} = 110^\circ$$

زاویه \hat{A} و \hat{C} با هم متقابل به رأسند، در نتیجه:

$$\hat{C} = \hat{A} = 110^\circ$$

۲۰. مکمل و متمم زاویه 55° را محاسبه کنید.

پاسخ:

$$\text{متمم: } 90^\circ - 55^\circ = 35^\circ$$

$$\text{مکمل: } 180^\circ - 55^\circ = 125^\circ$$

۲۱. جاهای خالی را با کلمه‌ی مناسب پر نمائید.

(الف) هنگامی ساعت $8:30$ می‌باشد، عقربه‌های ساعت زاویه دارند.

(ب) اگر ساعت $9:30$ باشد، عقربه‌های ساعت زاویه دارند.

(ج) در ساعت $5:50$ عقربه‌های ساعت زاویه دارند.

(د) اگر ساعت 6 باشد، عقربه‌های ساعت زاویه دارند.

پاسخ:

(الف) تند

(ب) قائمه

(ج) باز

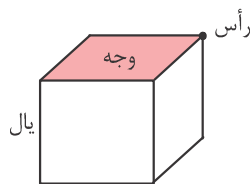
(د) نیم صفحه

آموزش تکمیلی

پاره‌خط: پاره‌خط قسمتی از خط راست است که از دو طرف بسته است و قابل اندازه‌گیری می‌باشد.
نیم‌خط: نیم‌خط قسمتی از خط راست است که از یک طرف باز و از یک طرف بسته می‌باشد.

منشور

هر جسمی که قاعده‌ی بالا و پایین آن یکسان و چند ضلعی باشد و پهلوهای آن از مربع یا مستطیل ساخته شده باشد را منشور می‌گوییم.
معروف‌ترین منشورها عبارتند از: مکعب، مکعب مستطیل.



تعداد یال‌های هر منشور سه برابر تعداد پهلوهای (وجه‌های) آن است.

$$3 \times \text{تعداد اضلاع قاعده} = \text{تعداد یال‌ها}$$

$$2 + \text{تعداد اضلاع قاعده‌ها} = \text{تعداد وجه‌ها}$$

مثال: در یک مکعب مربع تعداد وجه‌ها $2 + 4 = 6$ و تعداد یال‌ها $3 \times 4 = 12$ می‌باشد.
حجم منشور از فرمول زیر بدست می‌آید:

$$\text{ارتفاع} \times \text{مساحت قاعده} = \text{حجم منشور}$$

مثال: قاعده‌ی منشوری به شکل لوزی با قطرهای ۶ و ۱۰ سانتی‌متر می‌باشد. اگر ارتفاع آن ۱۵ باشد، حجم منشور را بیابید.

پاسخ:

$$\text{حجم منشور} = \frac{6 \times 10}{2} \times 15 = 30 \times 15 = 450$$

مساحت قاعده ارتفاع

مساحت جانبی:

به مساحت دور تا دور شکل مساحت جانبی می‌گوییم. مساحت جانبی یعنی اینکه از کل مساحت شکل، قاعده‌های بالا و پایین را حذف کنیم.

دستور محاسبه مساحت جانبی منشور به صورت زیر می‌باشد:

تعداد وجه‌ها

$$\times \text{مساحت یک وجه} = \text{مساحت جانبی}$$

هم‌چنین مساحت کل منشور از فرمول زیر بدست می‌آید:

مساحت

$$\text{جانبی} + \text{مساحت دو قاعده} = \text{مساحت کل منشور}$$

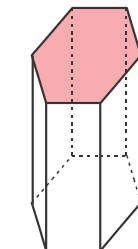
مثال: جعبه‌ی کادویی به شکل منشور شش پهلو داریم که ضلع قاعده‌ی آن ۱۰ سانتی‌متر می‌باشد. موارد زیر را به دست

می آوریم:

الف) چند سانتی متر مربع کاغذ کادو برای بدنه‌ی این جعبه استفاده شده است؟ (ارتفاع این جعبه ۱۵ سانتی متر می باشد).
 ب) اگر هزینه‌ی هر سانتی متر مربع کاغذ کادو ۱۰ تومان باشد، هزینه‌ی کل کاغذ کادو چه قدر است؟

سانتی متر

$$\text{مربع } ۹۰۰ = ۱۵۰ \times ۶ = (۱۰ \times ۱۵) \times ۶ = \text{تعداد اضلاع قاعده} \times \text{ارتفاع} \times \text{طول یک ضلع قاعده} = \text{مساحت جانبی (الف)}$$



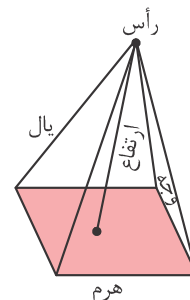
منشور شش پهلو

ب)

سانتی متر مربع	۱	$\Rightarrow ۹۰۹۰۰ \times ۱۰ = ۹۰۰۰$ تومان
دسی متر مربع	۱۰	؟

هرم:

یک چند وجهی است که همه‌ی وجه‌های آن به غیر از یکی (قاعده)، در یک رأس مشترک هستند. ارتفاع هرم پاره خطی است که از رأس بر قاعده عمود می باشد.



ارتفاع ×

$$\text{مساحت قاعده} = \frac{1}{3} \times \text{حجم هرم}$$

مثال: حجم هرمی که قاعده‌ی آن مربعی به ضلع ۵ سانتی متر و ارتفاع آن ۱۸ سانتی متر است را محاسبه می کنیم.

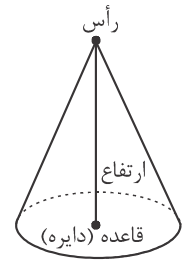
سانتی متر

$$\text{مکعب } ۱۵۰ = ۲۵ \times ۶ = \frac{1}{3} \times (۵ \times ۵) \times ۱۸ = \frac{1}{3} \times \text{ارتفاع} \times \text{مساحت قاعده} \times \text{حجم هرم}$$

مخروط:

مخروط یک نوع هرم است که قاعده‌ی آن دایره می باشد.

توجه کنید که مخروط از دوران مثلث قائم‌الزاویه حول یکی از اضلاع آن (بجز وتر) پدید می آید.



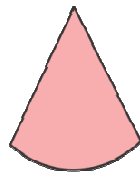
× ارتفاع

$$\text{مساحت قاعده (دایره)} \times \frac{1}{3} = \text{حجم مخروط}$$

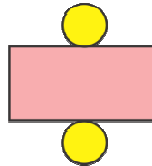
مثال: حجم مخروطی که دایره‌ای به شعاع قاعده‌ی ۳ سانتی‌متر و ارتفاع ۳۰ سانتی‌متر است را به دست می‌آوریم.

$$\text{حجم مخروط مکعب} = \frac{1}{3} \times \text{ارتفاع} \times \text{مساحت دایره} = \frac{1}{3} \times 30 \times \left(\frac{1}{4} \times 3 \times 3 \right) = 90 \times \frac{3}{14} = 282/6$$

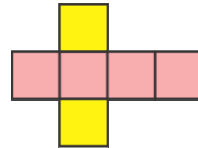
گسترده‌ی چند حجم:



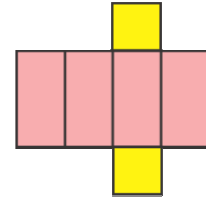
گسترده‌ی مخروط



گسترده‌ی استوانه



گسترده‌ی مکعب



گسترده‌ی مکعب مستطیل

اگر جسمی را در داخل یک ظرف که در آن مقداری مایع (آب یا مایعی دیگر) است بیاندازیم، در این صورت حجم جسم با حجم مایع بالا آمده برابر است. (البته توجه داشته باشید که این مطلب وقتی صحیح است که جسم به طور کامل درون مایع فرو رفته باشد و هیچ بخش از آن بیرون نمانده باشد).
حجم مایع بالا آمده هم برابر است با:

میزان ارتفاع

$$\text{حجم مایع بالا آمده} = \text{مساحت قاعده‌ی ظرف} \times \text{حجم مایع بالا آمده} = \text{حجم جسم}$$

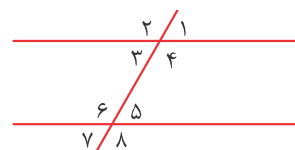
نکته: در بین شکل‌هایی که محیط برابر دارند مساحت دایره از همه بیشتر است.

نکته: گسترده‌ی هر ۴ وجهی منتظم به صورت یکی از شکل‌های زیر است:



* اگر دو خط موازی هم باشند و یک خط مورب آن‌ها را قطع کند، آنگاه تمام زاویه‌های تند با هم و تمام زاویه‌های باز نیز

با هم برابر می‌باشند. یعنی داریم:

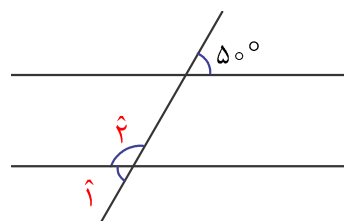


$$\Rightarrow \begin{cases} \hat{1} = \hat{3} = \hat{5} = \hat{7} \\ \hat{2} = \hat{4} = \hat{6} = \hat{8} \end{cases}$$

زاویه‌های تند

زاویه‌های باز

مثال: اندازه‌ی زاویه‌های خواسته شده را به دست می‌آوریم:



زیرا زاویه‌های تند با هم برابر هستند.

$$\hat{1} = 50^\circ$$

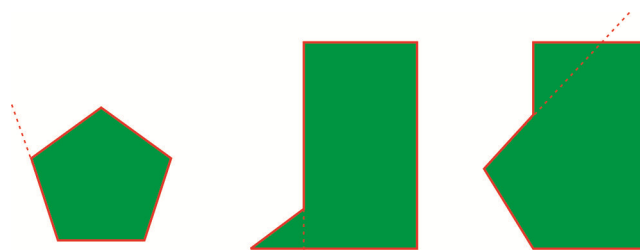
زاویه‌های مکمل هم با هم برابر می‌باشند.

$$180^\circ - 50^\circ = 130^\circ \Rightarrow \hat{2} = 130^\circ$$

* چند ضلعی محدب به چند ضلعی گفته می‌شود که اگر هر یک از اضلاع آن را امتداد دهیم کل شکل در یک طرف آن

قرار گیرد.

مثال:



محدب

مقعر

مقعر

* اگر بخواهیم تعداد قطرهای را در اشکال چند ضلعی به دست آوریم، کافی است از فرمول زیر استفاده کنیم:
(۳- تعداد رأسها) × تعداد رأسها

$$\text{تعداد قطر} = \frac{\text{تعداد رأسها} \times (\text{تعداد رأسها} - ۳)}{۲}$$

مثال: به دست می آوریم که در یک ۲۰ ضلعی چند تا قطر وجود دارد:
یک ۲۰ ضلعی، ۲۰ رأس دارد.

قطر

$$\frac{۲۰ \times (۲۰ - ۳)}{۲} = \frac{۱۷ \times ۲۰}{۲} = ۱۷۰$$

* زاویه بین عقربه‌ی ساعت شمار و دقیقه شمار از رابطه‌ی زیر به دست می آید:

$$\times (۵/۵)$$

عقربه‌ی دقیقه شمار - (۳۰ × عقربه‌ی ساعت شمار) = زاویه بین عقربه ساعت شمار و دقیقه شمار
اگر ساعت بزرگتر از ۱۲ باشد، آن را از ۱۲ کم می کنیم، سپس در فرمول بالا قرار می دهیم.

مثال: در ساعت ۱۸:۳۰ عقربه‌های ساعت شمار و دقیقه شمار به دست آوریم که با هم چه زاویه‌ای می سازند:

$$۳۰ = \text{عقربه}$$

دقیقه شمار

درجه

$$۱۵ = (۶ \times ۳۰) - (۳۰ \times ۵/۵) \Rightarrow \text{عقربه ساعت شمار} = ۱۲ - ۱۸ = ۶$$

اگر زاویه به دست آمده بین عقربه‌های ساعت شمار و دقیقه شمار از ۱۸۰° بیشتر باشد، باید آن را از ۳۶۰° کم کنیم.
مثال: به دست آوریم در ساعت ۱۲:۲۰ عقربه‌های ساعت شمار و دقیقه شمار با هم چه زاویه‌ای می سازند:

درجه

$$۲۵۰ = (۱۲ \times ۳۰) - (۲۰ \times ۵/۵)$$

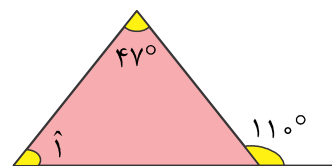
$$۱۱۰^\circ = ۳۶۰^\circ - ۲۵۰^\circ$$

زاویه ۱۱۰° می سازند.

* مجموع زوایای خارجی هر چند ضلعی محدب ۳۶۰° می باشد.

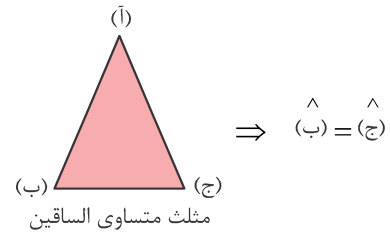
* در مثلثها اندازه‌ی هر زاویه خارجی با مجموع دو زاویه داخلی غیر مجاورش برابر است.

مثال: اندازه‌ی زاویه \hat{A} را به دست می آوریم:

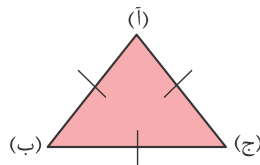


$$۱۱۰^\circ = \text{زاویه خارجی}$$

$110^\circ = 47^\circ + \hat{A} \Rightarrow \hat{A} = 110^\circ - 47^\circ = 63^\circ$
 در یک مثلث متساوی الساقین دو زاویه کنار ساقها برابرند:



در یک مثلث متساوی الاضلاع، سه زاویه با هم برابر و مساوی 60° می باشند. زیرا مثلث متساوی الاضلاع یک سه ضلعی منتظم می باشد.



$$180^\circ \div 3 = 60^\circ \Rightarrow \hat{A} = \hat{B} = \hat{C} = 60^\circ$$

* اگر یکی از زاویه های چند ضلعی منتظم مشخص باشد برای به دست آوردن تعداد اضلاع آن از رابطه مقابل استفاده می کنیم:

(اندازه یک

$$\text{زاویه} - (180 -) \div 360 = \text{تعداد اضلاع}$$

تمرین در منزل

۱. عددهای زیر را ابتدا در جدول ارزش مکانی قرار دهید و سپس به صورت گسترده و به حروف بنویسید.

۸۲۳۷۰۶۰

(الف)

۲۵۰۳۵۰۰۵

(ب)

(ج) ۷۵۳۹۰۰۰۰۳۰۵۰

(د) ۳۰۵۸۰۰۱۲۳۰۰۵

۲. عددهای زیر را به رقم بنویسید.

(الف) عددی که از ۶۰ تا یک میلیون تایی و ۲۳ تا صد هزار تایی درست شده است

(ب) عددی که از ۷ تا ۱۰۰,۰۰۰ تایی و ۳۶ تا ۱,۰۰۰,۰۰۰ تایی ساخته شده است

(ج) عددی که از ۱۳ تا هزار تایی و ۵۴ تا صد هزار تایی ساخته شده است.

۳. عددهای زیر را با هم مقایسه کنید و سپس هر دو عدد را با هم جمع و از هم کم کنید.

الف) $300000300 \square 30003000$

ب) یک میلیون $999999 \square$

ج) $17002010 \square 1700210$

د) $8998 \square 90000$

هـ) $100400 \square 104000$

و) $150101 \square 1500101$

۴. مسئله‌های زیر را حل کنید.

الف) برای ساخت یک مجموعه‌ی ورزشی، مبلغ چهار میلیارد و دویست و پانزده میلیون تومان پول نیاز است. اگر ۳۷۰ میلیون تومان آن فراهم شده باشد، چند تومان دیگر باید تهیه کرد؟

ب) در کارخانه‌ی ماشین‌سازی، روزانه ۲۱۳ اتومبیل تولید می‌کند. اگر قیمت هر اتومبیل ۳۸ میلیون تومان باشد، درآمد یک ماه این کارخانه، چند تومان خواهد بود؟ (هر ماه ۳۰ روز فرض شود)

ج) علی می‌خواهد به کوهنوردی برود و قصد خرید کالاهای زیر را دارد.

کالا	قیمت (ریال)
کوله‌پشتی	۱,۴۰۰,۰۰۰
دوربین	۱,۲۳۰,۰۰۰
کلاه	۶۵۰,۰۰۰
کاپشن	۲,۰۰۰,۰۰۰

علی برای

• خرید دوربین عکاسی و کلاه، چند تومان باید بپردازد؟

او برای خرید

• کاپشن و کوله‌پشتی، چند ریال باید بپردازد؟

اگر او ۵۵۰

• هزار تومان پول داشته باشد، آیا می‌تواند همه‌ی کالاها را خریداری کند؟

۵. هر یک از عبارتهای زیر را به صورت عدد مرکب نشان دهید.

الف) ۴۷۴۲ ثانیه

ب) ۱۵۳۰ ثانیه

د) ۴۳ ماه

ج) ۳۸۵ روز

هـ) ۴۵۱۰ کیلوگرم

و) ۸۷۰۳۴ سانتی‌متر

۶. حاصل جمع‌ها و تفریق‌های زیر را به دست آورید.

$$۴:۱۵':۲۸''$$

$$\text{الف) } \underline{+۲:۲۳':۴۴''}$$

$$۹:۱۷':۱۵''$$

$$\text{ب) } \underline{-۴:۲۰':۱۷''}$$

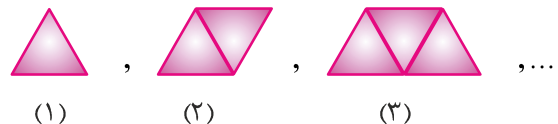
میلی‌متر سانتی‌متر متر کیلومتر

$$\begin{array}{r} ۷ \quad ۵۶ \quad ۳۴ \quad ۱۶ \\ +۴ \quad ۵۲ \quad ۴۷ \quad ۹ \\ \hline \end{array}$$

ج)

۷. به الگوی زیر توجه کنید و به سؤالات زیر پاسخ دهید.

الف) شکل بعدی را رسم کنید.



ب) مشخص کنید که شکل دهم از چند مثلث تشکیل می‌شود؟

۸ الف) عدد سیزدهم از الگوی مربعی چند است؟

ب) عدد نهم از الگوی مثلثی چند است؟

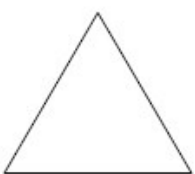
۹. الگوهای عددی زیر را ادامه دهید.

الف) $200, 160, 125, 95, \dots, \dots, \dots$

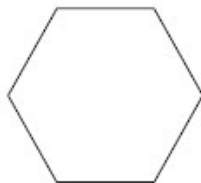
ب) $2, 5, 11, 23, \dots, \dots, \dots$

۱۰. زهرا سرماخورده است و هر ۷ ساعت قرص می خورد. اگر او اولین قرص خود را ساعت $7:25'$ بخورد، سومین قرص خود را چه ساعتی می خورد؟

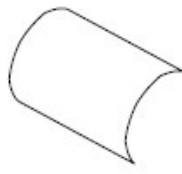
۱۱. کسرهای داده شده را روی شکل‌ها نشان دهید.



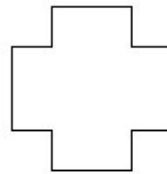
$\frac{3}{5}$



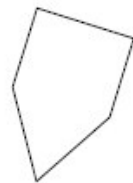
$\frac{2}{6}$



$\frac{1}{2}$



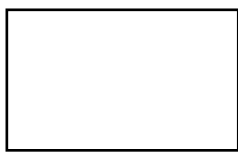
$\frac{5}{8}$



$\frac{1}{2}$

۱۲. با رسم شکل نشان دهید کسر $\frac{7}{10}$ ، چه کسری کم دارد تا یک واحد کامل گردد؟

۱۳. $\frac{1}{4}$ از شکل روبرو را قرمز و $\frac{1}{6}$ آن را سبز و $\frac{1}{3}$ آن را زرد کنید.



الف) چه کسری از شکل رنگ شده است؟

ب) چه کسری از شکل رنگ نشده است؟

۱۴. مادر مینا یک عدد کیک مستطیلی درست کرد. مینا نصف کیک را خورد. خواهر مینا $\frac{1}{3}$ از باقی مانده کیک و مادر مینا نصف باقی مانده آخر را خورد. چه کسری از کیک خورده شده و چه کسری از کیک باقی مانده است؟ (با رسم شکل)

۱۵. با استفاده از محور اعداد، کسر $1\frac{2}{3}$ بزرگ‌تر است یا $\frac{9}{6}$ ؟

۱۶. کسر $\frac{50}{7}$ را به عدد مخلوط و عدد مخلوط $3\frac{2}{5}$ را به کسر تبدیل کنید.

۱۷. کسرهای زیر را از کوچک به بزرگ مرتب کنید.

$$2\frac{3}{5}, \frac{7}{2}, 1\frac{1}{10}, \frac{1}{2}$$

۱۸. کسرهای داده شده را ساده کنید.

$$\frac{24}{16} =$$

$$\frac{36}{45} =$$

$$\frac{24}{70} =$$

$$\frac{75}{100} =$$

$$\frac{17}{23} =$$

$$\frac{17}{34} =$$

$$\frac{240}{360} =$$

$$\frac{80}{65} =$$

۱۹. مقادیر داده شده را روی محورها نشان دهید.



$$\frac{1}{3}, \frac{3}{3}, \frac{5}{3}, 1\frac{2}{3}, \frac{11}{3}, \frac{2}{3}$$

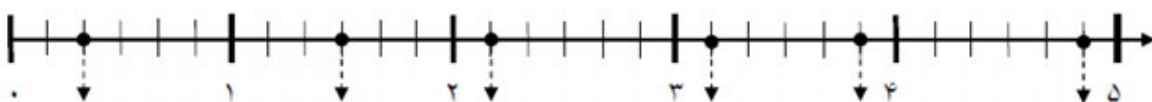


$$\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, 1\frac{1}{2}, \frac{4}{2}, 2, 3\frac{1}{2}$$

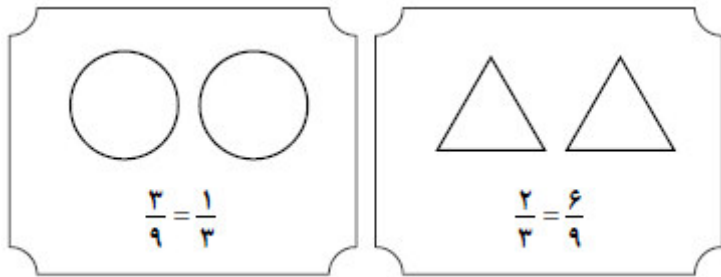


$$\frac{4}{5}, \frac{15}{5}, 2\frac{3}{5}, \frac{19}{5}, 3, \frac{13}{5}$$

۲۰. هریک از نقاط مشخص شده روی محورها چه مقداری را نشان می‌دهند؟



۲۱. تساوی هر جفت از کسرهای زیر را روی شکل‌ها نشان دهید.



۲۲. عمو رحمان و عمو رضا دارای زمین‌های مساوی هستند. عمو رحمان $\frac{4}{9}$ زمین خود را و عمو رضا $\frac{7}{11}$ زمین خود را کدو کاشته‌اند. کدام یک قسمت بیشتری از زمین خود را کدو کاشته‌اند؟

۲۳. کسرهای زیر را تا حد امکان ساده کنید.

ب) $\frac{26 \times 14 \times 12}{20 \times 91 \times 42}$

الف) $\frac{51 \times 49 \times 39}{63 \times 34 \times 52}$

۲۴. جاهای خالی را با عدد مناسب کامل کنید.

ب) $\frac{12}{18} = \frac{\square}{12}$

الف) $\frac{25}{\square} = \frac{10}{8}$

۲۵. در جاهای خالی علامت مناسب قرار دهید. ($<=>$)

الف) $\frac{2}{5} \square \frac{4}{3}$

ب) $2\frac{1}{20} \square 1\frac{4}{9}$

ج) $1\frac{10}{5} \square 5\frac{0}{3}$

۲۶. حاصل عبارت‌های زیر را با استفاده از محور اعداد به دست آورید.

$$\text{ب) } 7\frac{4}{5} - 1\frac{1}{2}$$

$$\text{الف) } 3\frac{1}{2} - 1\frac{1}{6}$$

۲۷. حاصل عبارتهای زیر را به دست آورید.

$$\text{ب) } 6 - 1\frac{3}{5}$$

$$\text{الف) } 2\frac{3}{7} + \frac{3}{14} - 1\frac{1}{28}$$

۲۸. مسعود در روز اول $1\frac{1}{4}$ کتاب، در روز دوم $2\frac{3}{5}$ کتاب و در روز سوم $1\frac{4}{10}$ کتابها را در کتابخانه مطالعه کرد. مسعود در مجموع این سه روز چه کسری از کتابها را مطالعه کرده است؟

۲۹. حاصل ضرب و حاصل تقسیم عبارتهای زیر را با استفاده از شکل به دست آورید.

$$\text{الف) } \frac{5}{6} \times \frac{2}{3}$$

$$\text{ب) } \frac{7}{8} \div \frac{3}{5}$$

۳۰. حاصل عبارتهای زیر را محاسبه نمائید:

$$\text{الف) } \left(\frac{3}{5} + \frac{2}{3}\right) \div \frac{38}{10}$$

$$\text{ب) } \left(1\frac{5}{12} - \frac{1}{6}\right) \times \left(2 + \frac{1}{3}\right)$$

۳۱. ماهان خمس ربع پولش را به خواهرش قرض داد. ماهان چه کسری از کل پولش را به خواهرش داد؟

۳۲. اشکان دیروز $\frac{2}{5}$ و امروز $\frac{1}{3}$ از باقی ماندهی پولش را خرج کرد. اگر کل پول اشکان ۳۰۰۰ تومان باشد، چند تومان برای اشکان باقی مانده است؟

۳۳. کسری معادل با $\frac{25}{35}$ بنویسید که مجموع صورت و مخرج آن ۱۲۰ باشد.

۳۴. بین دو کسر $\frac{2}{5}$ و $\frac{3}{8}$ ، پنج کسر بنویسید.

۳۵. $\frac{1}{3}$ از مربعی را آبی و $\frac{2}{5}$ از باقی مانده را قرمز کردیم. چه کسری از کل شکل قرمز می باشد؟

۳۶. جمله دهم، بیست و یکم و چهل و دوم الگوی زیر را بیابید.

$$\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{5}{6}, \dots$$

۳۷. کسری با $\frac{2}{3}$ برابر است. اگر تفاضل صورت و مخرج کسر مورد نظر برابر ۷ باشد، مجموع صورت و مخرج آن را بیابید.

۳۸. $\frac{1}{3}$ تا $\frac{1}{3}$ را به صورت عدد مخلوط نشان دهید.

۳۹. در جای خالی عدد مناسب قرار دهید.

الف) $2\frac{\dots}{4} = 3\frac{6}{8}$

ب) $8\frac{1}{5} = \dots\frac{22}{10}$

ج) $\frac{39}{5} = \frac{12}{5} + \dots$

۴۰. حاصل کسرهای زیر را بیابید.

ب)
$$\frac{1}{15} - \frac{1}{20} = \frac{4}{60} - \frac{3}{60} = \frac{1}{60}$$

الف)
$$\frac{1}{12} - \frac{1}{8} = \frac{2}{24} - \frac{3}{24} = -\frac{1}{24}$$

۴۱. حاصل کسر زیر را بیابید.

$$\frac{2 \div (3 \div 4)}{(2 \div 3) \div 4}$$

۴۲. اگر صورت کسری را در ۵ ضرب و مخرج آن را بر ۲۵ تقسیم کنیم، آن گاه کسر چند برابر شده است؟

۴۳. ساده‌ترین حالت کسرهای زیر را بیابید.

ب) $\frac{68}{102}$

الف) $\frac{2130}{6390}$

۴۴. حاصل $1 - \frac{1}{2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{3}}}$ را بیابید.

۴۵. حاصل عبارت زیر را پیدا کنید.

$$5\frac{1}{3} + 3\frac{1}{3} - 7\frac{3}{9} + 4\frac{2}{6} - 1\frac{1}{3}$$

۴۶. امیر علی $\frac{2}{7}$ پولش را مداد، $\frac{1}{5}$ آن را شکلات و $\frac{3}{10}$ آن را بستنی خرید. چه کسری از پولش باقی مانده است؟

۴۷. در جای خالی عدد مناسب قرار دهید.

$$3\frac{2}{5} - \dots = 1\frac{29}{35}$$

۴۸. حاصل جمع دو عدد $\frac{1}{1000} + \frac{1}{4} + \frac{1}{3} + \frac{1}{2}$ و $\frac{999}{1000} + \frac{4}{5} + \frac{3}{4} + \frac{2}{3} + \frac{1}{2}$ را بیابید.

۴۹. مجموع دو کسر $\frac{9}{5}$ و اختلاف آنها $\frac{5}{9}$ است. آن دو کسر را بیابید.

۵۰. استخر آبی توسط ۷۲ سطل آب $\frac{3}{8}$ لیتری پر می‌شود. اگر بخواهیم این منبع را با سطل آب $\frac{3}{4}$ لیتری پر کنیم، چند سطل باید در آن آب بریزیم؟

۵۱. عدد $\frac{2}{5}$ عدد ۶۰ چند واحد بیشتر از $\frac{5}{2}$ عدد ۸ است؟

۵۲. از نصف ثلث عددی ۵ واحد کم کردیم، حاصل ربع خمس عدد ۲۰۰ شده است. عدد را بیابید.

۵۳. ظرف پر از آبی، ۲۷۰ گرم وزن دارد. اگر $\frac{3}{5}$ آب آن ظرف را خالی کنیم، وزن ظرف با بقیه آب ۱۸۰ گرم می‌شود. وزن خالص ظرف چند گرم است؟

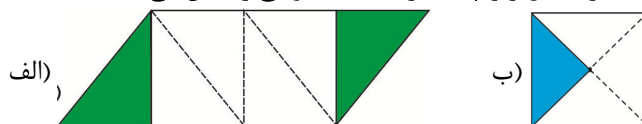
۵۴. مساحت مستطیلی به طول $7\frac{1}{3}$ با مساحت مربعی به ضلع $\frac{22}{6}$ برابر است. محیط این مستطیل را بیابید.

۵۵. در جای خالی عدد مناسب قرار دهید.

$$\frac{\frac{5}{\dots}}{\frac{2}{3} \div \frac{3}{4}} = \frac{3}{8}$$

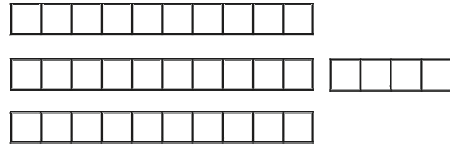
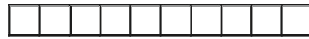
۵۶. میلاد $\frac{4}{9}$ پول خود را به برادرش و $\frac{1}{5}$ باقی‌مانده آن را به دوستش داد و برای خودش ۴۰۰ تومان باقی‌ماند. تمام پول میلاد چند تومان بوده است؟

۵۷. هر یک از اشکال زیر چه کسر یا عدد مخلوطی را نشان می‌دهند؟



واحد

ج)



$$3\frac{4}{10}$$

۵۸. با توجه به کسر یا عدد مخلوط داده شده، شکل مربوطه را رسم کنید.

الف) $\frac{3}{7}$

ب) $3\frac{1}{5}$

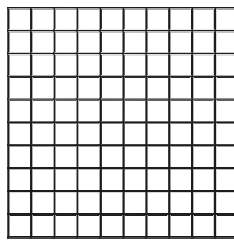
ج) $\frac{7}{4}$

۵۹. به ۳۵۰۰۰ تومان پول عمو رحمان خمس تعلق گرفته است. عمو رحمان چند تومان باید خمس بپردازد؟

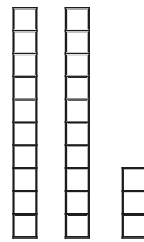
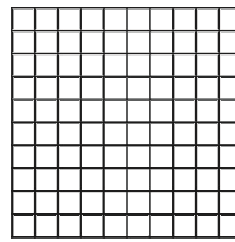
۶۰. عدد مخلوط $4\frac{1}{5}$ را به کسر و کسر $\frac{19}{3}$ را به عدد مخلوط تبدیل کنید.

۶۱. با توجه به واحد کامل، جاهای خالی را کامل نمائید.

شکل زیر دارای واحد کامل و کسر است که عدد مخلوط آن می‌باشد.



واحد کامل



۶۲. با توجه به محور اعداد کدام عدد بزرگتر است؟ $\frac{9}{4}$ یا $2\frac{1}{3}$



۶۳. بین دو کسر $\frac{2}{5}$ و $\frac{3}{7}$ ، کسر پیدا کنید.

۶۴. در جای خالی علامت مناسب قرار دهید. (\Rightarrow)

	الف) $\frac{3}{7} \square \frac{16}{5}$		ب) $9\frac{3}{3} \square \frac{30}{3}$
--	---	--	--

ج	$\frac{3}{7} \square - \frac{1}{4}$	د	$2\frac{2}{3} \square - 1\frac{2}{5}$
---	-------------------------------------	---	---------------------------------------

۶۵. عمو رحمان $\frac{3}{4}$ شب قبل و عمو رضا $\frac{1}{3}$ شب قبل را خوابیده‌اند. زیرا آن‌ها مشغول آبیاری بودند. کدام بیشتر خوابیده‌اند؟

۶۶. کسرهای زیر را ساده کنید.

الف) $\frac{77 \times 36 \times 20}{44 \times 48 \times 25}$

ب) $\frac{81 \times 24 \times 18}{72 \times 12 \times 45}$

۶۷. در تساوی‌های زیر در جای خالی عدد مناسب قرار دهید.

الف) $\frac{\square}{25} = \frac{24}{15}$

ب) $\frac{25}{40} = \frac{35}{\square}$

۶۸. حاصل عبارت‌های زیر را با استفاده از محور اعداد به دست آورید.

الف) $6\frac{1}{4} + 2\frac{2}{4}$

ب) $8\frac{3}{4} - 2\frac{1}{3}$

۶۹. حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

الف) $1\frac{3}{5} + 6\frac{1}{2} - 2\frac{3}{20}$

ب) $8\frac{3}{7} - 2\frac{5}{8}$

۷۰. الهه $3\frac{1}{4}$ ساعت تکالیفش را انجام داد، $2\frac{2}{5}$ ساعت کتاب مورد علاقه‌اش را مطالعه کرد، $1\frac{3}{10}$ ساعت تلویزیون تماشا کرد و $3\frac{1}{20}$ ساعت به مادرش کمک کرد. الهه در چند ساعت تمام این کارها را انجام داد؟

۷۱. حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

الف) $\frac{4}{3} \times \frac{3}{\frac{1}{2}}$

$$\text{ب) } \left(\frac{1}{3} + \frac{2}{7}\right) \div \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{9}\right)$$

۷۲. شاهین خمس بیسکویتش را به مهرداد داد. سپس $\frac{2}{5}$ باقی مانده بیسکویتش را به رضا داد. چه کسری از بیسکویت برای شاهین باقی مانده است؟

۷۳. ثلث $\frac{3}{7}$ پول مینا ۲۱۰۰ تومان می باشد. کل پول مینا چند تومان است؟

۷۴. منبع آبی دارای دو شیر ورودی است. شیر اول در ۹ ساعت و شیر دوم در ۱۲ ساعت منبع آب را پر می کنند. شیر تخلیه هم در ۶ ساعت منبع را خالی می کند. هم زمان دو شیر ورودی باز است. این منبع در چه مدت زمانی پر می شود؟

۷۵. میلاد خمس پولش را بستنی، $\frac{3}{10}$ پولش را پاک کن و ربع پولش را توپ خرید. چه کسری از پول میلاد باقی مانده است؟

$$\text{۷۶. حاصل عبارت } \frac{\frac{2}{4}}{\frac{5}{4} + \frac{1}{8}} \div \frac{\frac{1}{4}}{1 + \frac{1}{4}} \text{ برابر است با:}$$

$$21 \frac{2}{3}$$

$$(1) \frac{11}{25}$$

$$21 \frac{3}{7}$$

$$(3) \frac{236}{49}$$

۷۷. الهه ربع $\frac{6}{9}$ بستنی اش را بین ۳ نفر تقسیم کرد. به هر نفر چه کسری از کل بستنی می رسد؟

۷۸. کسر $\frac{3}{4}$ چه کسری کم دارد تا ۳ واحد کامل گردد؟

۷۹. شکل صحیح عدد مخلوط $8\frac{9}{2}$ را بنویسید.

۸۰. امیرعلی $\frac{3}{8}$ یک موز و محمد $\frac{2}{9}$ یک موز را خوردند. کدام یک مقدار بیشتری موز خورده است؟

(۱) امیرعلی (۲) محمد

(۳) هر دو به اندازه خورده اند. (۴) نمی توان گفت کدام یک بیشتر خورده است.

۸۱. کسر $\frac{3}{4}$ چه کسری کم دارد تا ۳ واحد کامل گردد؟

$$(4) \frac{10}{4}$$

$$(3) \frac{12}{4}$$

$$(2) \frac{11}{4}$$

$$(1) \frac{9}{4}$$

۸۲. صادق می خواهد ۱۳ عدد سیب را بین ۴ نفر از دوستان خود به طور مساوی تقسیم کند.

(الف) به هر نفر چه کسری از یک هر سیب می رسد؟

(ب) به هر نفر چه کسری از همه ی سیب ها می رسد؟

(ج) به هر نفر چند سیب و چه کسری از یک سیب می رسد؟

۸۳. زمانی که یک ساعت نشان می‌دهد به صورت عدد مخلوط $۹\frac{۷}{۱۵}$ است. این زمان را به صورت ساعت و دقیقه حساب کنید.

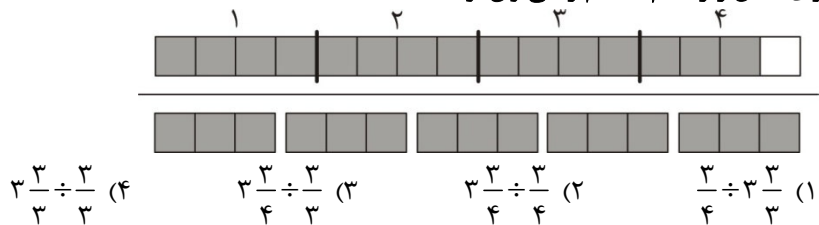
۸۴. شهرداری یک شهر $\frac{۱}{۳}$ زمینی را جهت احداث بناهای مختلف در نظر گرفت و در $\frac{۲}{۵}$ آن یک کتابخانه‌ی عمومی احداث کرد. اگر مساحت زمین ۶۰۰۰ مترمربع باشد. زیربنای کتابخانه چند مترمربع است؟

۸۵. مساحت مستطیلی به ابعاد $۱\frac{۳}{۵}$ متر و $\frac{۴}{۶}$ متر چند متر مربع است؟ محیط این مستطیل چند متر است؟

۸۶. حسین $\frac{۲}{۶}$ از پول خود را برای خرید نوشت‌افزار به فروشگاه برد و با $\frac{۱}{۳}$ آن ۶ جلد دفتر خرید. اگر دفترها را جلدی ۴۰۰ تومان خریده باشد. کل پول او چند تومان است؟

۸۷. مونا با $\frac{۱}{۳}$ پول خود ۵ عدد بستنی خرید دانه‌ای ۸۰۰ تومان. کل پول افسانه چند تومان است؟

۸۸. برای شکل زیر کدام تقسیم را می‌توان نوشت؟



۸۹. حاصل عبارت $\frac{\frac{۴-۱}{۳} + \frac{۲+۱}{۳}}{\frac{۵}{۴} \div \frac{۵}{۲}} \times \frac{۶}{۱۸} \times \frac{۳}{۱۸}$ برابر است با:

۹۰. حاصل عبارت‌های زیر کدام است؟

$$\frac{۱}{۲ \times ۳ \times ۵} + \frac{۱}{۳ \times ۵} - \frac{۱}{۲ \times ۵} =$$

$$\left(1 - \frac{۱}{۲}\right) \times \left(1 - \frac{۱}{۳}\right) \times \left(1 - \frac{۱}{۴}\right) \times \dots \times \left(1 - \frac{۱}{۱۳۹۲}\right) =$$

$$۱ \div \frac{۱}{۲} =$$

$$۱ \div \frac{۱}{۳} =$$

$$۱ \div \frac{۱}{۲} =$$

$$\frac{\frac{۴-۱}{۳} + \frac{۲+۱}{۳}}{\frac{۵}{۴} \div \frac{۵}{۲}} \times \frac{۶}{۱۸} \times \frac{۳}{۱۸} =$$

۹۱. پول مبینا و ملیکا مساوی است. مبینا $\frac{۱}{۴}$ پول خود را به ملیکا می‌دهد. نسبت پول ملیکا به مبینا کدام است؟

۹۲. چند تا $\frac{۵}{۶}$ به علاوه $\frac{۱}{۳}$ مساوی ۱۲ می‌شود؟

۹۳. معکوس حاصل عبارت $(۲۵ \div \frac{۱۵}{۶}) - (۱۶ - ۱۵) \times ۲$ کدام است؟

۹۴. برای این که کسری ثلث شود، کافی است مخرج آن را در ضرب کنیم.

۹۵. صورت کسری را ربع و مخرج آن را چهار برابر می‌کنیم، در این صورت کل کسر در ضرب می‌شود.

۹۶. از عبارت $798 \div \square = 798 \times \frac{1}{4}$ نتیجه می‌شود که عدد داخل \square قرار می‌گیرد.

۹۷. در عدد ۲ چند تا $\frac{2}{9}$ وجود دارد؟

۹۸. فاصله‌ی بین دو شهر ۵۰۰ کیلومتر است. اتومبیلی $\frac{1}{5}$ راه را پیمود و توقف کرد. بار دیگر ۳۰۰ کیلومتر راه را پیمود و توقف کرد. چه

کسری از راه باقی‌مانده است؟

۹۹. عدد $2\frac{1}{7}$ را بر چه عددی تقسیم کنیم تا حاصل آن $\frac{5}{7}$ شود؟

۱۰۰. کدام عدد معکوس ندارد؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) $2\frac{3}{5}$ (۴) $\frac{1}{5}$

۱۰۱. در تساوی $\frac{25}{\square} = \frac{55}{21}$ به جای \square چه عددی باید قرار دهیم؟

۱۰۲. مجموع ثلث و ربع و خمس عدد ۱۲۰ را حساب کنید.

۱۰۳. بهار ۲۵۰۰ تومان دارد. دو چهارم از دو پنجم پول او چند تومان است؟

۱۰۴. اگر داشته باشیم $\frac{5}{3}$ ، نصف مقدار $\frac{5}{3}$ برابر است با:

۱۰۵. حاصل کدام عبارت برابر با ۷ است؟

- (۱) $15\frac{1}{3} - 8\frac{4}{12}$ (۲) $3\frac{16}{4}$

(۳) $\frac{49}{7} \times \frac{7}{49}$ (۴) گزینه (۱) و (۲) صحیح است.

۱۰۶. اگر مخرج کسری را نصف کنیم، آن کسر

(۱) نصف می‌شود. (۲) دو برابر می‌شود.

(۳) تغییری نمی‌کند. (۴) ربع کسر اولی است.

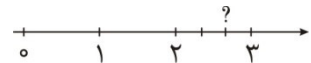
۱۰۷. اگر صورت کسری را چهار برابر و مخرج آن را ۲ برابر کنیم، کسر حاصل:

(۱) چهار برابر می‌شود (۲) شش برابر می‌شود

(۳) دو برابر می‌شود (۴) تغییری نمی‌کند

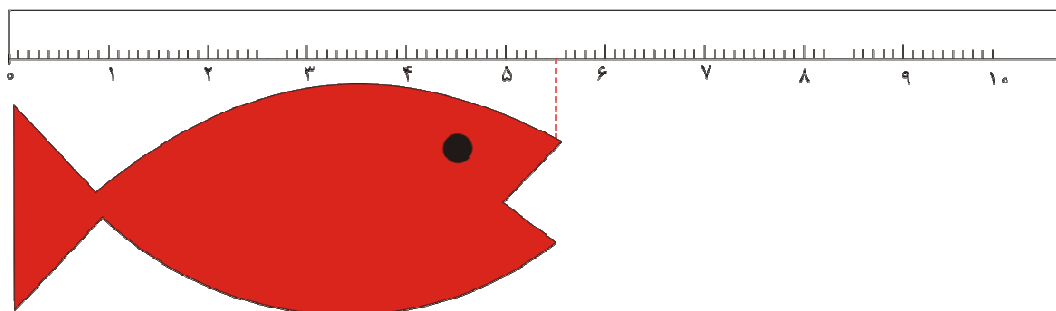
۱۰۸. با عددهای کوچک‌تر از ۵ چند کسر بزرگ‌تر از واحد می‌توان نوشت که مخرج هر یک از آن‌ها از یک بیشتر باشد؟

۱۰۹. در محور زیر محل علامت سوال، چه عددی است؟



۱۱۰. اگر صورت یک کسر را دو برابر کنیم، مخرج آن باید چه تغییری کند تا مقدار کسر ثابت بماند؟

۱۱۱. با توجه به شکل، کسر، عدد مخلوط و عدد اعشاری مربوط به آن را بنویسید.



۱۱۲. اعداد اعشاری را به کسر تبدیل کرده و تا حد امکان ساده نمائید.

الف) $\frac{2}{4}$

ب) $\frac{0}{15}$

ج) $\frac{2}{25}$

۱۱۳. کسره‌های زیر را به عدد اعشاری تبدیل نمائید.

الف) $\frac{65}{250}$

ب) $\frac{34}{20}$

ج) $\frac{78}{4}$

۱۱۴. گسترده اعشاری اعداد زیر را بنویسید.

الف) $\frac{29}{100}$

ب) $\frac{0}{10000}$

۱۱۵. در جاهای خالی علامت مناسب قرار دهید. (\leq یا \geq)

الف) $\frac{10}{10000} \bigcirc \frac{10}{1000}$

$\frac{0}{10000} \bigcirc \frac{0}{100}$

ج) $\frac{2}{100} \bigcirc \frac{2}{1000}$

$\frac{5}{39} \bigcirc \frac{5}{3}$

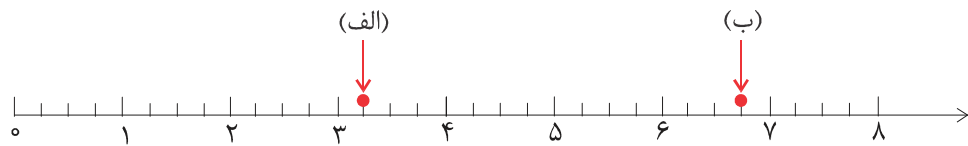
۱۱۶. اعداد زیر را از کوچک به بزرگ مرتب کنید:

$\frac{23}{100}, \frac{2}{300}, \frac{2}{3000}, \frac{0}{2300}, \frac{23}{100}$

۱۱۷. عدد اعشاری مربوط به نقاط مشخص شده را بنویسید:

ب)

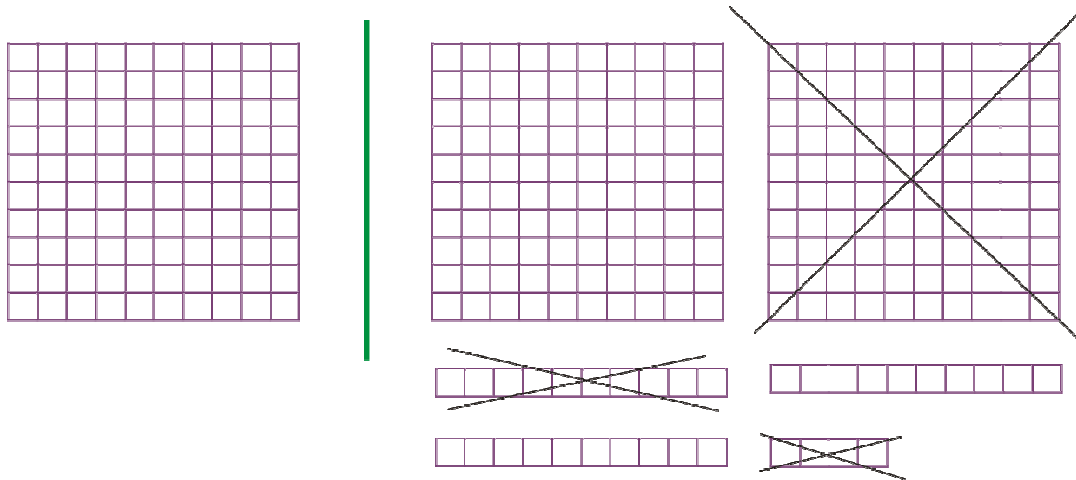
د)



۱۱۸. حاصل جمع زیر را روی محور اعداد به دست آورید:

$$5/2 + 1/7$$

۱۱۹. برای شکل زیر یک تفریق بنویسید و حاصل آن را به دست آورید:



۱۲۰. حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید:

(الف) $(6/94 - 3/02) \times 1/5$

(ب) $40/03 + 5/17 - 22/22$

(ج) $7/8 \times (32/25 - 18/37)$

۱۲۱. ضخامت هر برگ کتاب ریاضی $1/3$ میلیمتر می‌باشد. ضخامت ۵۵ برگ این کتاب چند میلی‌متر است؟

۱۲۲. حاصل تقسیم‌های زیر را به دست آورید:

(الف) $407/75 \div 11 =$

(ب) $40/004 \div 7 =$

(ج) $239/103 \div 9 =$

۱۲۳. طول نان بربری $45/26$ سانتی‌متر می‌باشد. آن را بین ۴ نفر به طور مساوی تقسیم کردیم. به هر نفر چه طولی از نان بربری می‌رسید و چند سانتی‌متر باقی می‌ماند.

۱۲۴. ضخامت ۱۲۰ برگ از کتابی ۳ سانتی‌متر است. ضخامت هر برگ آن چند میلی‌متر می‌باشد؟

۱۲۵. وزن یک جعبه ۵۰ تایی لامپ $10/25$ کیلوگرم می‌باشد. وزن جعبه خالی آن ۱ کیلوگرم است. وزن هر لامپ چند کیلوگرم می‌باشد؟

۱۲۶. حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید: (تا دو رقم اعشار در خارج قسمت)

(الف) $43/02 \div 1/8 =$

(ب) $55/8 \div 0/07 =$

$$= 731/6 \div 0/34 \text{ (ج)}$$

۱۲۷. محیط هر چرخ دایره‌ای ۸/ متر است. اگر این دو چرخه مسافت ۱۳/۶ مترا را طی کند. چرخ این دو چرخه چندبار دور زده است؟

۱۲۸. حاصل عبارتهای زیر را بصورت ذهنی به دست آورید:

$$\text{ب) } 491/03 \div 100 =$$

$$\text{الف) } 0/0514 \times 100 =$$

$$\text{د) } 22/5 \div 0/15 =$$

$$\text{ج) } 12/1 \div 1/1 =$$

۱۲۹. اعداد زیر را از کوچک به بزرگ مرتب کنید.

$$0/909,0 / 0909,0 / 0999,0 / 9009,0 / 990,0 / 09009$$

۱۳۰. در جای خالی علامت ($<=>$) قرار دهید.

$$\text{الف) } 4/03 \square 4/30$$

$$1/008 \square 1/08$$

$$\text{ج) } 12/079 \square 0/12079$$

$$0/9405 \square 0/9045$$

۱۳۱. اعداد زیر را از بزرگ به کوچک مرتب کنید.

$$\frac{0/6}{200}, \frac{41}{2000}, \frac{10/5}{500}, \frac{6}{300}$$

۱۳۲. کسر مولد عدد $0/362$ را بنویسید.

۱۳۳. کسرهایی زیر را به صورت عدد اعشاری بنویسید.

$$\text{ب) } \frac{2}{11}$$

$$\text{الف) } \frac{7}{30}$$

۱۳۴. نمایش اعشاری کسر $\frac{78}{5}$ را بنویسید.

۱۳۵. با تبدیل دو کسر $\frac{2}{25}$ و $\frac{34}{50}$ به عدد اعشاری، آن‌ها را با هم مقایسه کنید.

۱۳۶. گسترده اعداد زیر را بنویسید.

$$\text{الف) } 74/09$$

$$\text{ب) } 44/001$$

۱۳۷. در جای خالی علامت مناسب قرار دهید: ($<=>$)

$$\text{الف) } 7/3800 \square 7/380$$

$$\text{ب) } 1/02 \square 1/02$$

$$\text{ج) } 3/04 \square 1/03$$

۱۳۸. اعداد زیر را از کوچک به بزرگ مرتب نمائید.

$$3/008, 30/08, 3/08, 0/308, 0/3008$$

۱۳۹. حاصل عبارتهای زیر را به دست آورید.

$$\text{الف) } (20/03 - 2/14) \times 0/9$$

$$\text{ب) } 7/1 \times (2 + 0/56)$$

$$\text{ج) } (74 - 1/03) + (56/03 - 0/99)$$

۱۴۰. دوچرخه سوار اول $20/47$ کیلومتر و دوچرخه سوار دوم $78/03$ کیلومتر راه را طی کرده اند. دوچرخه سوار دوم چند کیلومتر بیشتر از دوچرخه سوار اول، رکاب زده است؟

۱۴۱. قاعده متوازی الاضلاع $3/2$ سانتی متر و ارتفاع آن $1/8$ سانتی متر می باشد. مساحت این متوازی الاضلاع چند سانتی متر مربع است؟

۱۴۲. حاصل عبارتهای زیر را به دست آورید و باقی مانده آن ها را مشخص نمائید.

$$\text{الف) } 63/006 \div 8$$

$$\text{ب) } 507/22 \div 31$$

$$\text{ج) } 14900 \div 23$$

۱۴۳. نان باگتی به طول $24/18$ سانتی متر داریم. آن را بین ۴ نفر بطور مساوی تقسیم کردیم. به هر نفر چند سانتی متر رسیده است و چند سانتی متر نان باگت باقی مانده است؟

۱۴۴. مساحت مستطیلی $78/12$ سانتی متر مربع است. اگر طول آن ۲۴ سانتی متر باشد. عرض آن را بیابید.

۱۴۵. شعاع چرخ $0/15$ متر می باشد. اگر این چرخ مسافت $7/536$ متر را طی کرده باشد، این چرخ چند دور زده است؟

۱۴۶. حاصل عبارت $2/6 \div 179$ را تا دو رقم اعشار در خارج قسمت به دست آورید، سپس خارج قسمت و باقی مانده آن را بیان کنید.

۱۴۷. قطعه سیمی به طول $19/13$ متر داریم. می خواهیم آن را به تکه های $2/22$ متر تقسیم کنیم. چند قطعه خواهیم داشت و چند متر از سیم باقی می ماند؟

۱۴۸. مجموع دو عدد $80/4$ و اختلاف همان دو عدد $22/8$ است. آن دو عدد را مشخص کنید.

۱۴۹. به جای علامت سؤال عدد مناسب قرار دهید.

$$7, 8, 8/5, ?, 8/875$$

۱۵۰. حاصل عبارات زیر را بیابید.

$$\text{الف) } 3 \times 0/251402 + 5 \times 0/748598 + 2 \times 0/251402 =$$

$$\text{ب) } 0/01 + 0/02 + 0/03 + \dots + 0/99 + 1 =$$

۱۵۱. مجموع معکوس های اعداد $0/1$ و $0/2$ و $0/25$ و $0/5$ و $0/04$ و $0/75$ را بیابید.

۱۵۲. به جای مربع عدد مناسب قرار دهید.

$$\text{الف) } (49/34 - 33/02) + \square = 39/47$$

$$(\frac{63}{99} + \frac{23}{78}) + \square = \frac{96}{19}$$

۱۵۳. از شیر آبی که خراب است در هر ۴ دقیقه، ۸ قطره آب می‌چکد. اگر حجم هر قطره آب، ۳ سی‌سی باشد، در یک شبانه روز چند لیتر آب به هدر می‌رود؟

۱۵۴. کسرهای زیر را به صورت عدد اعشاری نشان دهید.

$$\text{ب) } \frac{1/9}{38}$$

$$\text{الف) } \frac{3/5}{14}$$

۱۵۵. قاعده مثلثی با ضلع مربعی به محیط $\frac{56}{28}$ برابر است. اگر ارتفاع مثلث $\frac{8}{76}$ باشد، مساحت آن را محاسبه نمایید.

۱۵۶. ضخامت یک کتاب ۴۰۰ صفحه‌ای $\frac{9}{6}$ سانتی‌متر است. ضخامت یک برگ از این کتاب چقدر است؟

۱۵۷. میانگین اعداد زیر را بیابید.

$$1/2, 3/5, 4/7, 5/1, 6/3$$

۱۵۸. وزن یک ظرف که تا نیمه از آب پر شده، $\frac{2}{4}$ کیلوگرم است. اگر وزن ظرف به تنهایی $\frac{1}{5}$ وزن ظرف پر از آب باشد، وزن اولیه آب داخل

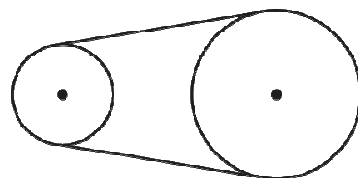
ظرف چند کیلوگرم است؟

۱۵۹. محیط چرخ $\frac{6}{4}$ سانتی متر است. اگر ۸ متر حرکت به جلو داشته باشد، چند دور خواهد زد؟

۱۶۰. چرخ بعد از ۱۵ دور، مسافت ۱۸ متر را طی کرده است. شعاع چرخ را تا دو رقم اعشار به دست آورید.

۱۶۱. شعاع دایره‌ای با عرض مستطیلی به مساحت $\frac{26}{82}$ متر مربع برابر است. اگر طول این مستطیل $\frac{14}{9}$ متر باشد، مساحت دایره را محاسبه کنید.

۱۶۲. در شکل زیر شعاع چرخ کوچک $\frac{3}{3}$ متر است. اگر چرخ کوچک ۱۲۰ دور بزند، آن گاه چرخ بزرگ ۲۴۰ دور می‌زند. شعاع چرخ بزرگ را بیابید.



۱۶۳. حاصل عبارت $\frac{17}{17} \div \frac{34}{100} \times \frac{1}{100}$ را در صد ضرب می‌کنیم. مقدار به دست آمده چند است؟

۱۶۴. حاصل عبارت زیر را تا دو رقم اعشار پیدا کنید.

$$\frac{1}{5} - \frac{1}{3} \\ \hline \frac{3}{15} - \frac{5}{15} \\ \hline \frac{-2}{15} \\ \hline \frac{0}{65}$$

۱۶۵. با توجه به دنباله عددی زیر در جای خالی عدد مناسب قرار دهید.

$$2/6, 0/52, 0/208, \dots, 0/26624, 0/851968$$

۱۶۶. کدام عبارت زیر درست است؟

$$0/329 < 1/42 \quad (2) \quad 0/540 > 0/54 \quad (1)$$

$$8/203 > 8/23 \quad (4) \quad 9/001 = 9/01 \quad (3)$$

۱۶۷. کدام یک از اعداد زیر از بقیه کوچکتر می باشد؟

$$4/002 \quad (4) \quad 40/2 \quad (3) \quad 0/402 \quad (2) \quad 4/02 \quad (1)$$

۱۶۸. کدام گزینه عـدد اعـشاری مـربوط بـه گسـترده مـقابل مـی باشـد؟

$$500 + 6 + 0/01 + 0/007 \quad (1) \quad 506/107 \quad (3) \quad 506/107 \quad (2) \quad 506/117 \quad (4)$$

۱۶۹. در کدام گزینه اعداد از کوچک به بزرگ مرتب شده اند؟

$$0/23, 1\frac{23}{100}, 4/04 \quad (2) \quad 0/23, 1\frac{23}{100}, \frac{13}{5}, 4/04 \quad (1)$$

$$0/23, \frac{13}{5}, 1\frac{23}{100}, 4/04 \quad (4) \quad 1\frac{23}{100}, \frac{13}{5}, 0/23, 4/04 \quad (3)$$

۱۷۰. طول کتاب ریاضی $8/2$ سانتی متر می باشد. طول 9 تا کتاب ریاضی چند سانتی متر است؟

۱۷۱. مجموع اعداد $1/004$ و $19/2$ را حساب کنید.

۱۷۲. مساحت مربعی به ضلع $1/5$ سانتی متر برابر است با:

۱۷۳. ثلث عدد $54/06$ چقدر است؟

۱۷۴. حاصل تقسیم $9 \div 85/05$ را به دست آورید.

۱۷۵. نقاشی $7/5$ لیتر رنگ دارد. اگر او در 6 ساعت رنگها را تمام کرده باشد و در هر ساعت مقدار مساوی از رنگ را استفاده کرده باشد. بطور

متوسط در هر ساعت چند لیتر از رنگ را به کار می گیرد؟

۱۷۶. حاصل تقسیم $0/006 \div 47/52$ را به دست آورید.

۱۷۷. کسر مولد $4/324$ کدام گزینه می باشد؟

$$\frac{1946}{450} \quad (4) \quad \frac{1846}{450} \quad (3) \quad \frac{1946}{900} \quad (2) \quad \frac{1846}{900} \quad (1)$$

۱۷۸. کدام یک از اعداد از بقیه بزرگتر می باشد؟

$$0/01 \div 100 \quad (2) \quad 10 \times 0/001 \times 100 \quad (1)$$

$$1000 \times 100 \div 10 \quad (4) \quad 100 \div 0/1 \quad (3)$$

۱۷۹. تعدادی دانش آموز سوار آسانسور شده اند. مجموع وزن آنها $311/05$ کیلوگرم است. اگر این دانش آموزان هم وزن و دارای وزن $62/21$

باشند، آنگاه چند نفر در این آسانسور هستند؟

۱۸۰. در 16 چند تا $0/08$ جود دارد؟

۱۸۱. کدام کسر از $0/72$ کوچکتر است؟

$$\frac{9}{11} \quad (4) \quad \frac{9}{13} \quad (3) \quad \frac{18}{23} \quad (2) \quad \frac{3}{4} \quad (1)$$

۱۸۲. چند تا $\frac{3}{4}$ برابر $8/25$ است؟

۱۸۳. در تساوی مقابل مقدار \square چقدر است؟ $0/24 \div \square = 0/16 \div 0/4$

۱۸۴. حاصل عبارت $1 + 0/99 + 0/99 + \dots + 0/3 + 0/2 + 0/1$ کدام است؟

۱۸۵. نصف ثلث عدد $4/8$ چقدر است؟

۱۸۶. مجموع معکوس‌های اعداد $0/2$ ، $0/5$ ، $0/4$ و $0/25$ را به دست آورید.

۱۸۷. کدام یک از اعداد زیر بین $0/4$ و $0/2$ است؟

- (۱) $0/36$ (۲) $0/46$ (۳) $0/1$ (۴) $0/42$

۱۸۸. حاصل جمع عدد $1/8$ با معکوس عدد $1/25$ برابر است با:

۱۸۹. اگر بخواهیم میانگین درس ریاضی یک کلاس ۲۵ نفره $0/2$ افزایش یابد، به مجموع نمرات آن‌ها باید چند نمره اضافه کنیم؟

۱۹۰. میانگین ۵ عدد برابر ۲۰ می‌باشد. اگر از یکی از اعداد ۱ واحد کم کنیم میانگین چند واحد کم‌تر می‌شود؟

۱۹۱. معکوس کسر $3/2 \div 0/3$ را به دست آورید

۱۹۲. حاصل تفریق $1/01$ و $0/999$ برابر است با:

۱۹۳. کدام یک از اعداد زیر برابر $0/125$ است؟

- (۱) $1/80$ (۲) $1/800$ (۳) $1/8000$ (۴) $1/80000$

۱۹۴. $1/9$ در کدام گزینه آمده است؟ $3/8$

- (۱) $0/005$ (۲) $0/005$ (۳) 5 (۴) $0/05$

۱۹۵. حاصل کسر روبرو چیست؟
$$\frac{0/2}{\frac{0/04}{0/008}} = \frac{0/2}{0/0016}$$

۱۹۶. حاصل $(7 \frac{1}{8} \div 0/25)$ چند تا $0/5$ می‌شود؟

۱۹۷. اگر عددی را بر ۱۲۵ تقسیم کنیم مثل این است که آن را در ضرب کنیم.

۱۹۸. اگر عددی را در $0/25$ ضرب کنیم مانند آن است که آن عدد را بر تقسیم کنیم.

۱۹۹. خارج قسمت تقسیم $71/013$ بر $0/3$ برابر $236/71$ است. خارج قسمت تقسیم $7/1013$ بر $0/3$ چقدر است؟

۲۰۰. حاصل عبارات زیر را به دست آورید.

الف) $\frac{3/5}{7} + \frac{2/5}{5} + \frac{4/5}{9} =$

ب) $1000 \div (12/3 \div 0/123) =$

ج) $\frac{6 - 0/25}{3 - 0/125} =$

د) $\frac{0/5}{1 + \frac{0/5}{1 + 0/5}} =$

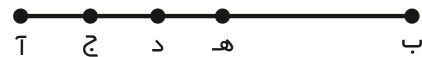
$$ه) \frac{125}{20} - 0.3 \times 0.5 + \frac{7}{25} + 0.33 \div 11 =$$

$$و) \frac{0.04 \times 0.0018}{0.06 \times -0.0016} =$$

$$ی) \frac{3/478}{34/78} \div (347/8 \div 3478) =$$

۲۰۱. در شکل زیر اگر $60 = (ب \text{ آ})$ سانتی متر و $(د \text{ آ}) = \frac{1}{7}$ و $(د \text{ ج}) = \frac{1}{4}$ و $(د ه) = \frac{1}{4}$ باشد، آنگاه اندازه پاره خط (ه ج) را بیابید.

(توجه: (ه د) = (د ج))



۲۰۲. جاهای خالی را با عدد مناسب کامل نمائید.

الف) $5/6$ سانتی متر دسی متر است.

ب) 509 میلی متر متر است.

ج) 5 کیلومتر سانتی متر است.

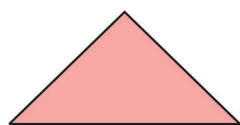
۲۰۳. مهرداد یک عدد شکلات به طول $5/2$ سانتی متر و رضا یک عدد شکلات به طول 68 میلی متر دارد. طول دو شکلات چند سانتی متر است؟


۲۰۴. فاصله نقطه (د) را از پاره خط (ک گ) محاسبه نمائید.

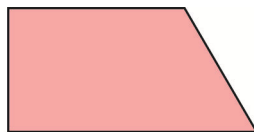


۲۰۵. یک ذوزنقه رسم و فاصله رئوس آن را از اضلاع مقابل اندازه گیری نمائید.

۲۰۶. با توجه به واحد سطح، مساحت تقریبی اشکال زیر را بیابید.



واحد سطح :  : (الف)



واحد سطح :  : (ب)

۲۰۷. جاهای خالی را کامل نمائید.

الف) $0/234$ متر مربع سانتی متر مربع است.

ب) 56 دسی متر مربع سانتی متر مربع است.

ج) $71/4$ متر مربع میلی متر مربع است.

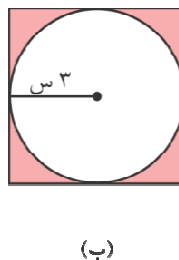
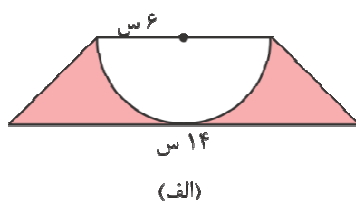
۲۰۸. در موارد زیر واحد اندازه‌گیری مناسب برای مساحت را بنویسید.

(الف) مساحت قاره‌ی اروپا

(ب) مساحت تخته سیاه بزرگ

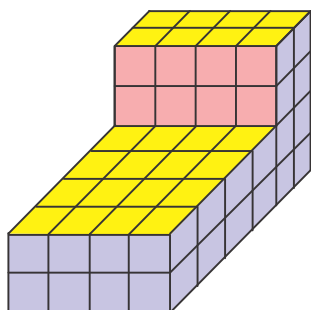
(ج) مساحت یک اسکناس کاغذی

۲۰۹. مساحت قسمت‌های رنگی را محاسبه کنید.



۲۱۰. اگر بخواهیم جعبه‌ای کاغذی به ابعاد $\frac{1}{5}$ ، ۴ و $\frac{6}{5}$ سانتی‌متر بسازیم، به چند سانتی‌متر مربع کاغذ نیاز داریم؟

۲۱۱. با توجه به اینکه هر مکعب کوچک یک واحد در نظر گرفته می‌شود، حجم جسم زیر را محاسبه کنید.



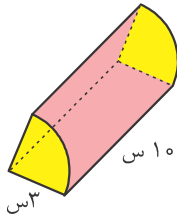
۲۱۲. برای اندازه‌گیری موارد زیر کدام واحد حجم مناسب‌تر می‌باشد؟

(الف) حجم دفتر ریاضی (ب) حجم یک تپه (ج) حجم کلاس درس

۲۱۳. جدول زیر را کامل کنید:

	میلی‌متر مکعب	سانتی‌متر مکعب	دسی‌متر مکعب	متر مکعب
(الف)	۱۵۶۰۰۰۰۰			
(ب)		۲۷۳۰۰۰		
(ج)			۱۷۶	
(د)				۵۹

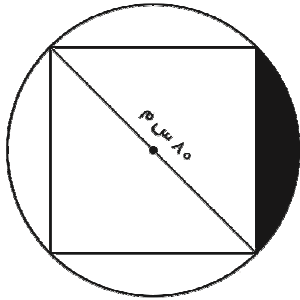
۲۱۴. حجم جسم زیر را محاسبه کنید.



۲۱۵. یک آکواریوم با ۶۰ ظرف و $\frac{1}{3}$ ظرف پر شده است. اگر گنجایش ظرف ۶ لیتر باشد، گنجایش آکواریوم را بدست آورید.

۲۱۶. چاله‌ای را به شعاع دهانه‌ی ۳۰ سانتی‌متر و ارتفاع ۱۰ سانتی‌متر با خاک پر کردیم. حجم خاک داخل چاله را محاسبه کنید (بر حسب متر مکعب)

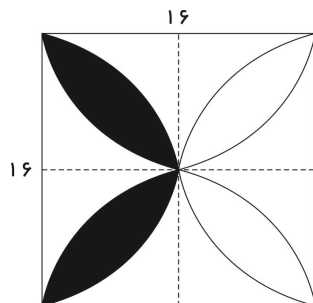
۲۱۷. مساحت ناحیه‌ی رنگی را در شکل زیر محاسبه نمایید.



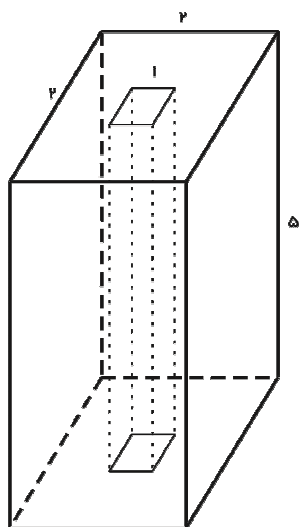
۲۱۸. طول مستطیلی ۱۲ سانتی‌متر و عرض آن ۸ سانتی‌متر است. حداقل چند مستطیل را باید کنار هم قرار دهیم تا یک مربع حاصل شود؟

۲۱۹. طول استخری ۱۸ متر و عرض آن ۱۰ متر است. به فاصله دو متری از لبه استخر، دور تا دور آن را نرده می‌کشیم. چند متر نرده نیاز داریم؟

۲۲۰. مساحت ناحیه رنگ شده را در شکل زیر محاسبه نمایید.



۲۲۱. سطح خارجی و درونی مکعب زیر را محاسبه نمائید.



۲۲۲. اگر اضلاع مکعبی را $\frac{5}{2}$ برابر کنیم، مساحت آن چند برابر خواهد شد؟

۲۲۳. اتاقی به شکل مستطیل به طول ۱۰ و عرض ۸ متر داریم. می‌خواهیم کف اتاق را با آجرهایی به شکل مکعب مستطیل به ابعاد ۴۰، ۲۵ و

۱۵ سانتی‌متر بپوشانیم. حداقل تعداد آجرهایی که می‌توان استفاده کرد چه تعدادی خواهد بود؟

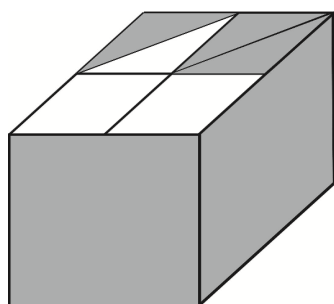
۲۲۴. اگر یک جامدادی به شکل استوانه به قطر ۱۴ سانتی‌متر و ارتفاع ۲۰ سانتی‌متر داشته باشیم، مساحت این جامدادی چند سانتی‌متر مربع خواهد بود؟

۲۲۵. استخری به شکل مکعب مستطیل با طول، عرض و ارتفاع به ترتیب ۸، ۶ و $\frac{3}{3}$ متر داریم و می‌خواهیم $\frac{1}{3}$ دیواره‌های آن را کاشی کنیم.

چند دسی‌متر مربع کاشی نیاز داریم؟

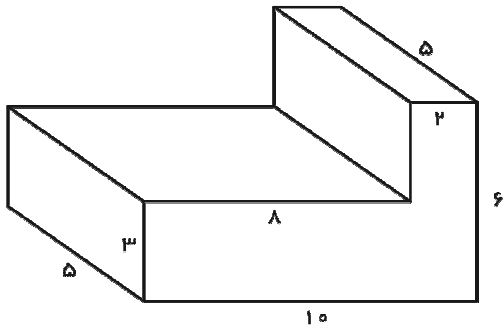
۲۲۶. فرش به شکل مستطیل و به ابعاد ۳ و ۴ متر داریم که پهنای حاشیه‌ی آن ۲۰ سانتی‌متر است. مساحت حاشیه فرش چند متر مربع است؟

۲۲۷. گسترده‌ی مکعب زیر را رسم کنید. (با فرض اینکه اضلاعی که دیده نمی‌شوند بدون رنگ هستند.)



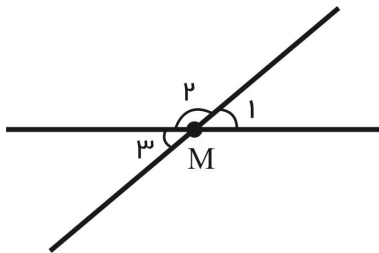
۲۲۸. حجم شکل زیر را بر حسب متر مکعب بیابید.

(توجه کنید که اعداد بر حسب دسی‌متر می‌باشند)

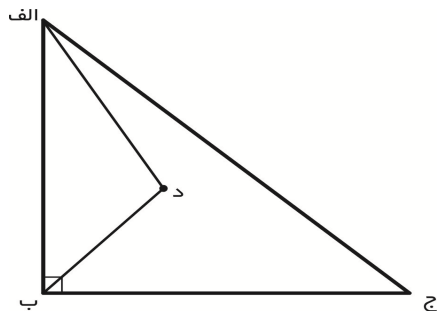


۲۲۹. حجم مکعبی به ضلع $\frac{1}{8}$ متر چند برابر حجم مکعبی به ضلع $\frac{1}{8}$ سانتی‌متر می‌باشد؟
۲۳۰. حجم مکعب مستطیلی ۱۶۲ سانتی‌متر مکعب است. اگر طول آن ۳ برابر عرض و ارتفاع آن ۲ برابر عرض باشد، مساحت جانبی آن را بیابید.
۲۳۱. مکعبی به ضلع ۱۰ سانتی‌متر داریم. داخل آن را ۸ عدد مکعب مستطیل کوچک به ابعاد ۴، ۵ و ۶ سانتی‌متر قرار دادیم. حجم فضای خالی بین مکعب و مکعب مستطیل‌های گذاشته شده چند سانتی‌متر مکعب می‌باشد؟
۲۳۲. داخل حوضی پر از آب به شکل مکعب قائمه مستطیل به ابعاد $\frac{1}{5}$ ، $\frac{2}{5}$ و $\frac{5}{5}$ متر، قطعه سنگی به ابعاد $\frac{1}{2}$ ، $\frac{1}{4}$ و $\frac{1}{7}$ متر انداختیم و مقداری آب بیرون ریخت. مقدار آب باقی‌مانده در داخل حوض چند متر مکعب است؟

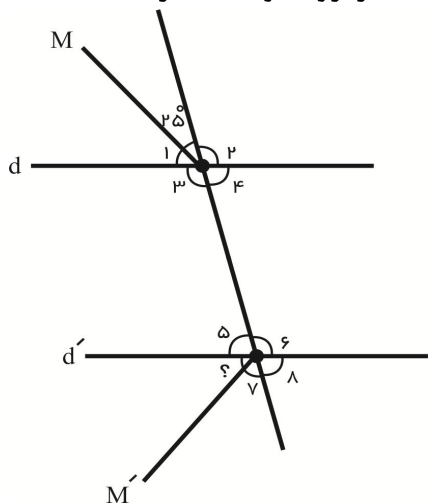
۲۳۳. حجم هرمی که دارای قاعده‌ی لوزی شکل است، ۱۸۰۰ سانتی‌متر مکعب می‌باشد. اگر قطر بزرگ لوزی ۱۸ سانتی‌متر و ارتفاع هرم ۵۰ سانتی‌متر باشد، آنگاه قطر کوچک لوزی را بیابید.
۲۳۴. دو ماشین هم‌زمان با هم از یک نقطه شروع به حرکت می‌کنند. پس از گذشت چند دقیقه، ماشین اولی $\frac{15}{7}$ کیلومتر پیمود و ماشین دومی ۲۳۲۰ متر با ماشین اول فاصله داشت. ماشین دوم چند کیلومتر پیموده است؟
۲۳۵. هر ۹ دسی متر معادل چند میکرون است؟
۲۳۶. ارتفاع گیاهی ۲۰ سانتی‌متر است. اگر روزانه به طور متوسط این گیاه ۹ میکرون رشد نماید، بعد از چند ماه ارتفاع گیاه به $\frac{22}{7}$ سانتی‌متر می‌رسد؟ (هر ماه را ۳۰ روز در نظر بگیرید.)
۲۳۷. 560000000 نانومتر را بر حسب متر، سانتی‌متر و دسی‌متر بیابید.
۲۳۸. اگر در شکل زیر $\hat{M}_1 + \hat{M}_2 + \hat{M}_3 = 220^\circ$ باشد، اندازه \hat{M}_2 را بیابید.



۲۳۹. دو زاویه متقابل به رأس داریم که اندازه هر یک 50° است، اندازه زاویه بین نیمسازهای دو زاویه آن را بیابید.
۲۴۰. در ساعت ۱۰:۴۵ عقربه‌های ساعت شمار و دقیقه شمار با هم چه زاویه‌ای می‌سازند؟
۲۴۱. اگر در شکل زیر (د الف) و (د ب) نیمساز و (الف ب) = (ب ج) باشد، آنگاه اندازه زاویه (د) چند درجه است؟



۲۴۲. در شکل زیر d و d' موازیند و M نیمساز زاویه \hat{A} و M' نیمساز زاویه \hat{V} می باشد. اندازه زاویه خواسته شده را بیابید.



۲۴۳. محیط یک کیک شکلاتی دایره‌ای شکل ۲۴ سانتی متر است، مساحت این کیک چه قدر است؟

۲۴۴. مساحت یک مستطیل با محیط یک دایره برابر است و محیط مستطیلی، دو برابر محیط دایره می باشد، اگر طول مستطیل ۴ باشد عرض مستطیل و شعاع دایره را محاسبه کنید.

۲۴۵. مساحت یک دایره به شعاع ۴ سانتی متر با دو دایره به شعاع ۳ سانتی متر برابر است؟ چرا؟

۲۴۶. مساحت دایره‌ای که محیط آن 64π است را محاسبه کنید.

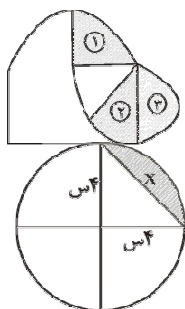
۲۴۷. در دایره‌ای با محیط 12π چند دایره به مساحت 4π جای می گیرند؟

۲۴۸. دایره‌ای به شعاع ۴ سانتی متر داخل یک مربع جای می گیرد، چه مساحتی از مربع خالی می ماند؟

۲۴۹. مساحت یک دایره، ۲ برابر محیط مثلث متساوی الاضلاع است. اگر طول ضلع مثلث ۴ سانتی متر باشد، شعاع دایره چقدر است؟

۲۵۰. داخل یک دایره به شعاع ۸ سانتی متر تقریباً چند مربع ۱ سانتی متری جای می گیرند؟

۲۵۱. مساحت هاشور خورده را محاسبه کنید.



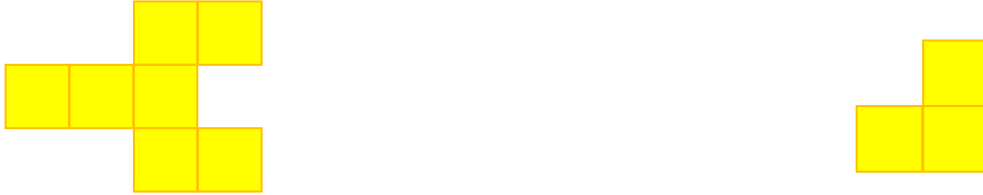
۲۵۲. مساحت قسمت هاشور خورده را محاسبه کنید.

۲۵۳. آیا می توانید شکلی بیابید که مرکز تقارن داشته باشد، ولی محور تقارن نداشته باشد؟

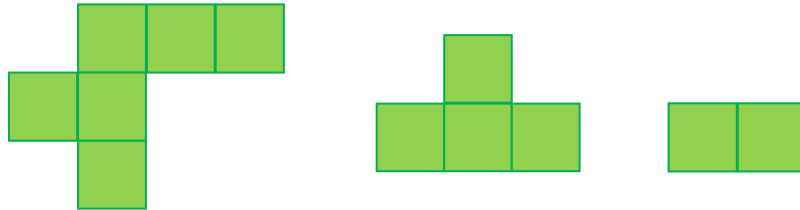
۲۵۴. آیا می‌توانید شکلی بیابید که دو محور تقارن داشته باشد، ولی مرکز تقارن نداشته باشد؟

۲۵۵. آیا شکلی وجود دارد که دو مرکز تقارن داشته باشد؟

۲۵۶. دو شکل زیر را روی یک کاغذ رسم کنید و آنها را ببرید. سپس آنها را طوری کنار هم قرار دهید که شکل حاصل تقارن مرکزی داشته باشد.

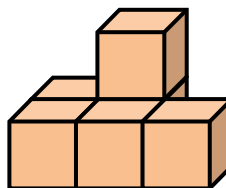
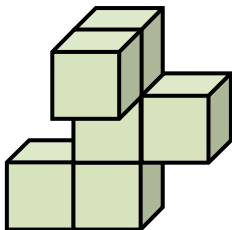
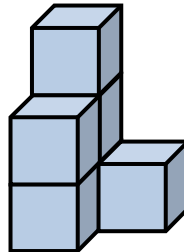
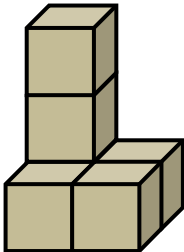


۲۵۷. سه شکل زیر را روی یک کاغذ رسم کنید و آنها را ببرید. سپس آنها را طوری کنار هم قرار دهید که شکل حاصل تقارن مرکزی داشته باشد.

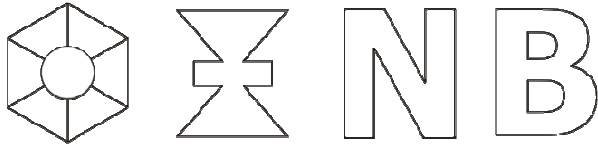


۲۵۸. منا و سحر می‌خواهند یک بازی دو نفره انجام دهند. بازی آنها روی یک میز دایره‌ای انجام می‌شود. هر یک از آنها تعداد خیلی زیادی حلقه‌ی دایره‌ای هم‌شکل دارند. هر یک از آنها در نوبت خود، می‌تواند یک حلقه روی میز بگذارد. اما زمانی که حلقه‌ای را روی میز قرار می‌دهند، نباید آن حلقه، با حلقه‌های قبلی برخورد کند. اگر منا بازی را شروع کند، برای آنکه برنده‌ی بازی شود، اولین حلقه را کجا باید قرار دهد؟ چرا؟

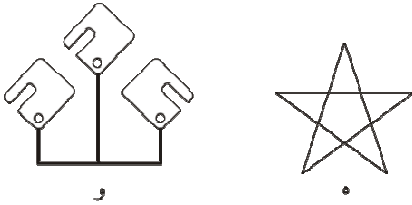
۲۵۹. به هر یک از اشکال زیر حداقل چند مکعب اضافه کنیم، تا مرکز تقارن داشته باشند؟



۲۶۰. در هر شکل محور یا محورهای تقارن را رسم کنید. (برخی از شکل‌ها محور تقارن ندارند).

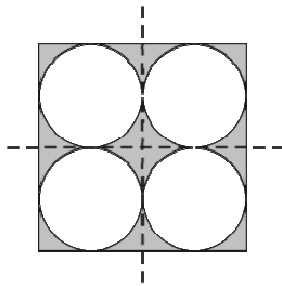


د ج ب الف

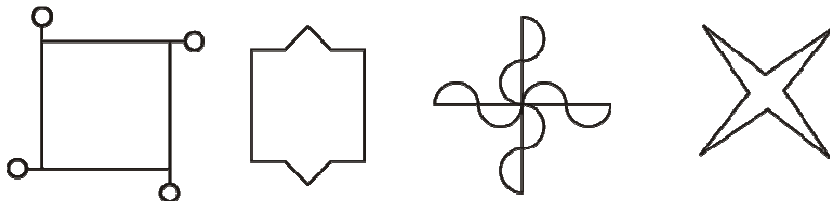


و ه

۲۶۱. در شکل زیر خطهای تقارن را به صورت خطچین رسم کرده‌ایم، مساحت قسمت رنگی را به دست آورید. (شعاع هر یک از دایره‌ها ۱cm است.)

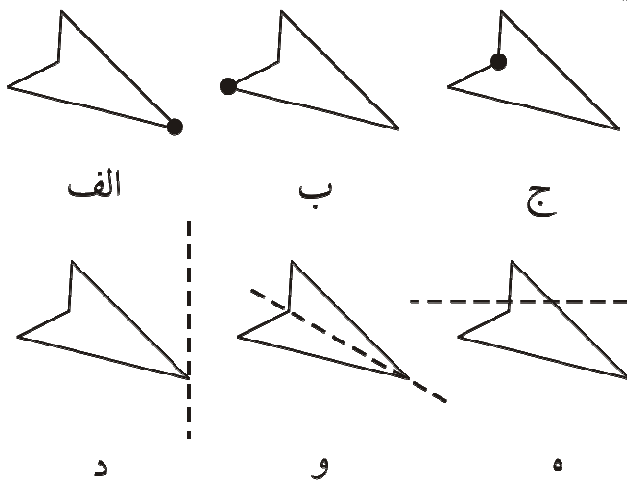


۲۶۲. مرکز تقارن این شکل‌ها را مشخص کنید.



(د) (ج) (ب) (الف)

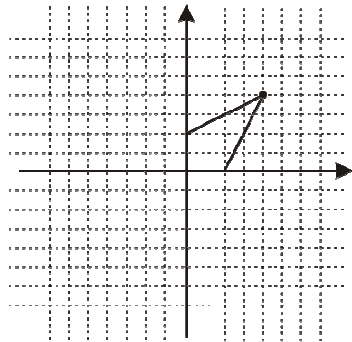
۲۶۳. قرینه‌ی هر شکل را نسبت به محور یا مرکز داده شده رسم کنید.



الف ب ج

د و ه

۲۶۴. ابتدا شکل رسم شده را با بردار $\begin{bmatrix} -۲ \\ -۲ \end{bmatrix}$ انتقال دهید، سپس قرینه‌ی هر دو شکل را نسبت به محور طول‌ها، عرض‌ها و مبدأ مختصات رسم کنید.



۲۶۵. الف) جدول زیر را پر کنید: (سعی کنید در هر مورد شکل‌های جالبی رسم کنید).

تعداد محورهاى تقارن	۲	۳	۴	۵	۶	۷	
شکل							
مرکز تقارن	دارد	ندارد					دارد

ب) به سطر آخر دقت کنید. چه الگویی در آن دیده می‌شود؟

۲۶۶. الف) در ساعت دیجیتالی عدد ۲ به صورت $\overline{\overline{2}}$ (۲) نمایش داده می‌شود. قرینه‌ی $\overline{\overline{2}}$ نسبت به محور عمودی‌ای که در جلوی آن رسم شده است، نمایش چه عددی است؟



ب) قرینه‌ی عدد 5 (5) نسبت به محور عمودی جلوی آن، نمایش چه عددی است؟

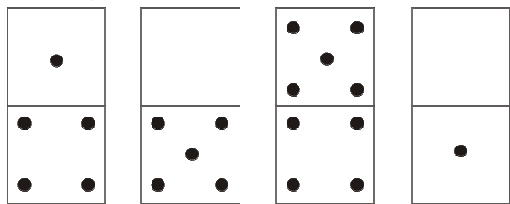
ج) قرینه‌ی 25 چطور؟

د) وقتی ساعت دیجیتالی 05:20 دقیقه را نشان می‌دهد، ساعت نشان داده شده نسبت به محور عمودی وسط ساعت و دقیقه،

متقارن است. سه مثال دیگر پیدا کنید که این خصوصیت را داشته باشند.

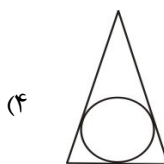
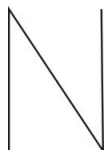
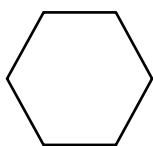
ه) یک ساعت دیجیتالی چند بار در روز، ساعتی را نشان می‌دهد که نسبت به محور وسط ساعت، قرینه است؟

۲۶۷. در شکل زیر تصویر ۴ مهره بازی دومینو را می بینید. با چیندن این مهرهها در کنار هم سعی کنید شکل هایی متقارن بسازید. این کار را دست کم یکبار برای تقارن نسبت به خط افقی، یکبار برای تقارن نسبت به خط عمودی و یکبار برای تقارن مرکزی انجام دهید.



فکر می کنید چرا این ۴ مهره را انتخاب کرده ایم؟

۲۶۸. کدام شکل مرکز تقارن ندارد؟



(۴) دایره

(۲) مثلث متساوی الاضلاع (۳) نیم دایره

(۱) لوزی

۲۶۹. کدام یک از شکل های زیر مرکز تقارن ندارد؟

(۴) مثلث متساوی الاضلاع

(۳) مربع

(۲) لوزی (۱) مثلث قائم الزاویه

۲۷۰. کدام یک از شکل های زیر مرکز تقارن ندارد؟

(۴) مربع

(۳) متوازی الاضلاع

(۲) دوزنقه (۱) مثلث متساوی الساقین

۲۷۱. کدام یک از شکل های زیر محور تقارن ندارد ولی مرکز تقارن دارد؟

۲۷۲. کدام گزینه ی زیر درست نیست؟

(۱) محیط و مساحت شکل قرینه، تغییر نمی کند.

(۲) تقارن مرکزی یعنی چرخاندن شکل دور یک نقطه به اندازه ی ۱۸۰ درجه

(۳) متوازی الاضلاع مرکز تقارن دارد.

(۴) هیچ مثلثی مرکز تقارن ندارد.

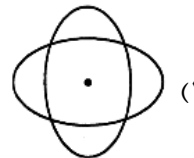
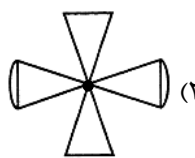
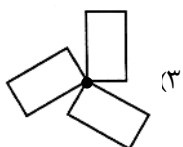
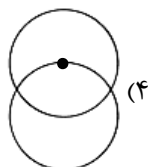
۲۷۳. تقارن مرکزی شکل را می توان با دوران شکل حول مرکز تقارن به اندازه ی بدست آورد.

۲۷۴. مرکز تقارن کدام شکل از برخورد نیمسازها به وجود نمی آید؟

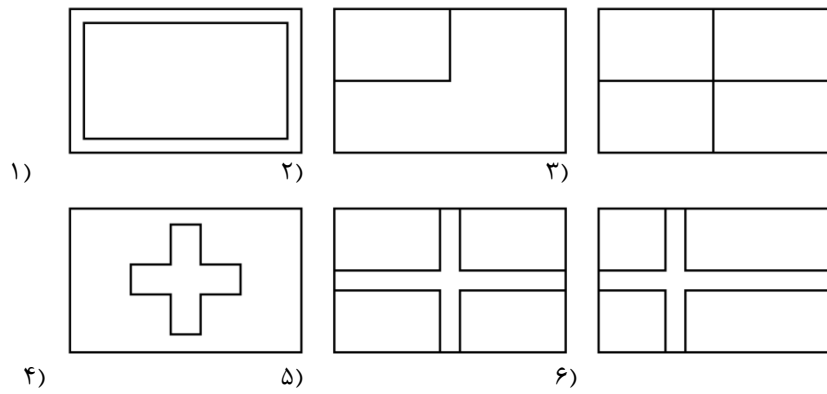
(۴) شش ضلعی منتظم

(۲) متوازی الاضلاع (۳) لوزی (۱) مربع

۲۷۵. کدام شکل حول نقطه ی مشخص شده تقارن چرخشی ندارد؟



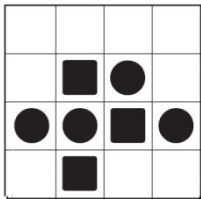
۲۷۶. کدام پرچم‌های زیر مرکز تقارن دارند؟ علامت بزنید.



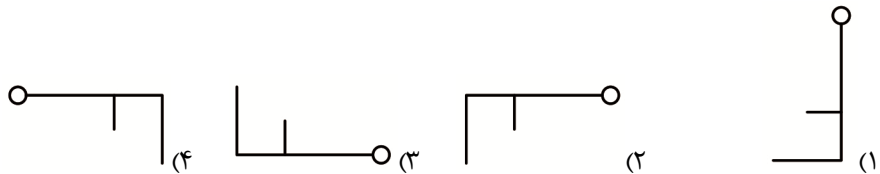
۲۷۷. کدام شکل تقارن چرخشی ندارد؟



۲۷۸. از دوران 90° شکل زیر در جهت عقربه‌های ساعت چه شکلی حاصل می‌شود؟



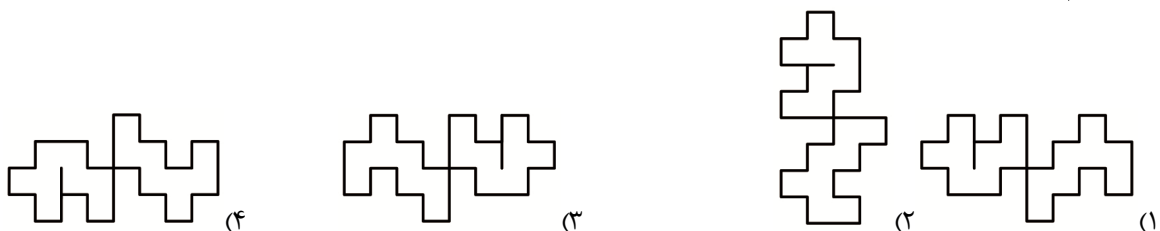
۲۷۹. شکل کدام گزینه با دیگر گزینه‌ها ناهماهنگ است؟



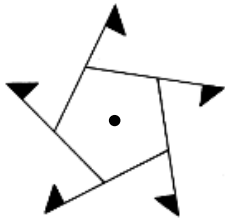
۲۸۰. شکل کدام گزینه با دیگر گزینه‌ها ناهماهنگ است؟



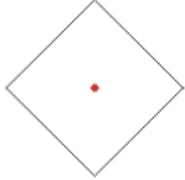
۲۸۱. شکل کدام گزینه با دیگر گزینه‌ها ناهماهنگ است؟



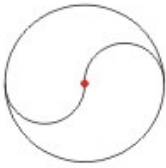
۲۸۲. شکل زیر را حول نقطه داده شده چند درجه بچرخانیم، تا روی خودش بیفتد؟



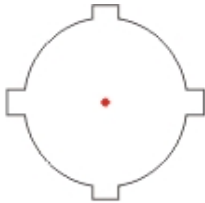
۲۸۳. شکل زیر را حول نقطه‌ی داده شده چند درجه بچرخانیم تا روی خودش بیفتد؟



۲۸۴. شکل زیر را حول نقطه‌ی داده شده چند درجه بچرخانیم تا روی خودش بیفتد؟



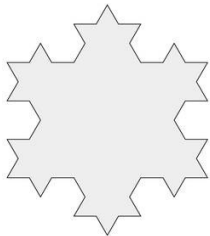
۲۸۵. شکل زیر را حول نقطه‌ی داده شده چند درجه بچرخانیم تا روی خودش بیفتد؟



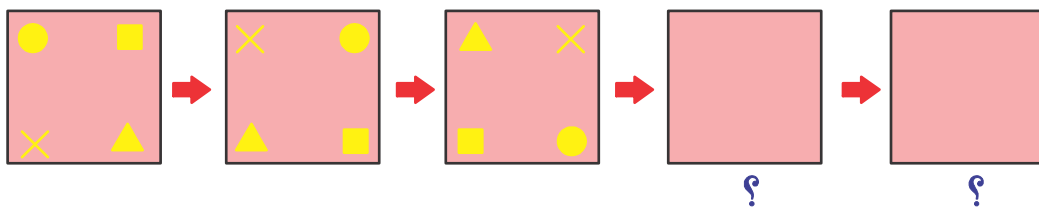
۲۸۶. شکل زیر را حول نقطه‌ی داده شده چند درجه بچرخانیم تا روی خودش بیفتد؟



۲۸۷. شکل زیر را حول نقطه‌ی داده شده چند درجه بچرخانیم تا روی خودش بیفتد؟



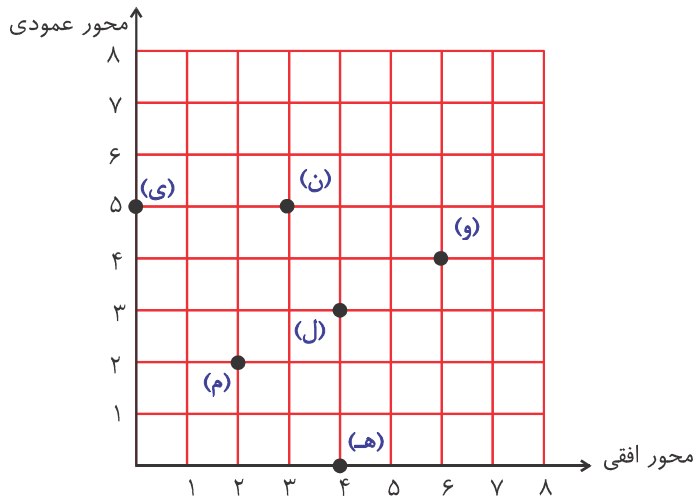
۲۸۸. با توجه به ترتیب شکل‌ها از چپ به راست چهارمین و پنجمین شکل را رسم کنید.



۲۸۹. نقاط زیر را در صفحه مختصات نمایش دهید.

$$\bar{a} = \begin{bmatrix} 5 \\ 3 \end{bmatrix} \quad \text{ب} = \begin{bmatrix} 7 \\ 1 \end{bmatrix} \quad \text{ج} = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix} \quad \text{د} = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}$$

۲۹۰. مختصات نقاط زیر را بنویسید.



۲۹۱. رأس‌های یک مثلث $(\bar{a}) = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix}$ ، $(\text{ب}) = \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix}$ و $(\text{ج}) = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$ می‌باشد. مثلث را رسم کنید.

الف) به حرکت افقی یک واحد به حرکت عمودی دو واحد اضافه کنید و با مختصات نقاط جدید مثلث جدید را رسم کنید.

آن را با مثلث اصلی مقایسه کرده و نتیجه را بنویسید.

ب) مختصات رأس‌های مثلث را سه برابر کرده، مثلث جدید را با مثلث اصلی مقایسه کرده و سپس نتیجه آن را یادداشت

نمایید.

۲۹۲. نقطه‌ی $(\text{م}) = \begin{bmatrix} \square + 12 \\ 2 \times \square + 9 \end{bmatrix}$ روی نیم‌ساز ناحیه‌ی اول قرار دارد. به جای مربع چه عدد مناسبی باید قرار گیرد؟

۲۹۳. به جای مربع چه عددی قرار دهیم تا نقطه‌ی $(\text{د}) = \begin{bmatrix} 2\square - 8 \\ \square - 1 \end{bmatrix}$ روی محور عمودی قرار گیرد؟

۲۹۴. مساحت شکل به دست آمده از اتصال نقاط زیر به یکدیگر را بیابید.

الف) $\begin{bmatrix} 2 \\ 5 \end{bmatrix}$ ب) $\begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix}$ ج) $\begin{bmatrix} 4 \\ 2 \end{bmatrix}$ د) $\begin{bmatrix} 6 \\ 5 \end{bmatrix}$

۲۹۵. اگر بخواهیم با نقاط $\begin{bmatrix} 3 \\ 6 \end{bmatrix}$ ، $\begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} 5 \\ 1 \end{bmatrix}$ یک متوازی‌الاضلاع رسم کنیم، مختصات نقطه چهارم را بیابید.

۲۹۶. مرکز دایره‌ای روی نقطه $\begin{bmatrix} 18 \\ 0 \end{bmatrix}$ و یکی از نقاط محیط دایره روی $\begin{bmatrix} 54 \\ 0 \end{bmatrix}$ قرار دارد. مساحت دایره را محاسبه کنید.

۲۹۷. قرینه‌ی نقطه‌ی $\begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix}$ را نسبت به نقطه‌ی $\begin{bmatrix} 5 \\ 3 \end{bmatrix}$ بیابید.

۲۹۸. قرینه‌ی نقاط $\begin{bmatrix} 8 \\ 7 \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} 2 \\ -3 \end{bmatrix}$ را نسبت به خطی که طول همه نقاط آن ۶ است، به دست آورید.

۲۹۹. قرینه‌ی نقاط $\begin{bmatrix} ۱ \\ -۵ \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} ۷ \\ ۶ \end{bmatrix}$ را نسبت به خطی که عرض همه نقاط آن ۳ است را محاسبه کنید.

۳۰۰. قرینه‌ی نقطه‌ی $\begin{bmatrix} -۱ \\ ۳ \end{bmatrix}$ را در حالت‌های زیر بیابید.

(الف) مبدأ مختصات

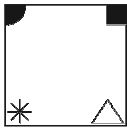
(ب) محور افقی

(ج) محور عمودی

(د) نیم‌ساز ربع اول و سوم

(ه) نیم‌ساز ربع دوم و چهارم

۳۰۱. شکل زیر را ۹۰ درجه در جهت عقربه‌های ساعت حول نقطه‌ی وسط آن دوران می‌دهیم. شکل حاصل را رسم کنید.



۳۰۲. نقطه‌ی $\begin{bmatrix} ۵ \\ -۵ \end{bmatrix}$ را ۲۷۰ درجه در جهت عقربه‌های ساعت حول مبدأ مختصات دوران می‌دهیم. نقطه‌ی حاصل را بیابید.

۳۰۳. نقاط $\begin{bmatrix} ۱ \\ ۱ \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} ۳ \\ ۳ \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} ۴ \\ ۳ \end{bmatrix}$ را روی محور مختصات مشخص کنید.

(الف) نام شکل حاصل را بنویسید.

(ب) مساحت شکل حاصل را بدست آورید.

۳۰۴. رأس‌های یک مثلث به صورت $\begin{bmatrix} ۱ \\ ۳ \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} ۳ \\ ۳ \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} ۳ \\ ۱ \end{bmatrix}$ می‌باشد.

(الف) آن را رسم کنید.

(ب) مختصات رأس‌های آن را ۲ برابر کرده، سپس مثلث جدید را رسم کنید.

(ج) مساحت مثلث جدید را با مثلث اصلی مقایسه کنید و نتیجه‌ی آن را بنویسید.

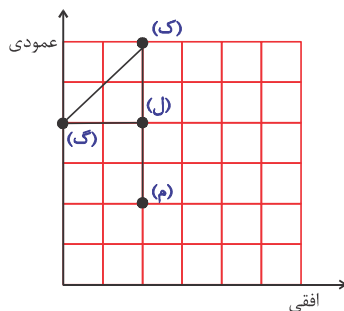
۳۰۵. به شکل زیر دقت کنید و به سوالات زیر پاسخ دهید.

(الف) مختصات رأس‌های شکل زیر را بنویسید.

(ب) به عدد مختصات افقی ۲ واحد و به عدد مختصات عمودی ۳ واحد اضافه می‌کنیم، مختصات نقاط جدید را بنویسید.

(ج) نقاط جدید را روی محور مشخص کرده و شکل را کامل کنید.

(د) شکل جدید را با شکل اصلی مقایسه کرده و نتیجه آن را یادداشت کنید.

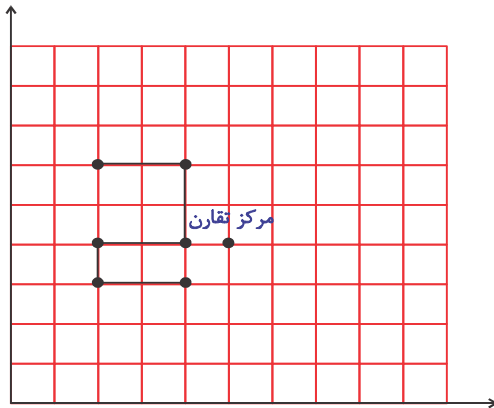


۳۰۶. به شکل زیر دقت کنید و به سوالات زیر پاسخ دهید.

الف) قرینه مرکزی شکل زیر را نسبت به نقطه داده شده رسم کنید.

ب) شکل را 180° حول مرکز تقارن در جهت عقربه‌های ساعت بچرخانید.

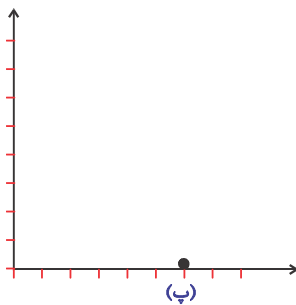
ج) از مقایسه‌ی دو شکل به دست آمده چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟



۳۰۷. در شکل زیر مختصات نقطه‌ی (پ) کدام است؟

$$\begin{pmatrix} 6 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (۲) \quad \begin{pmatrix} 0 \\ 6 \end{pmatrix} \quad (۱)$$

$$\begin{pmatrix} 6 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (۴) \quad \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (۳)$$



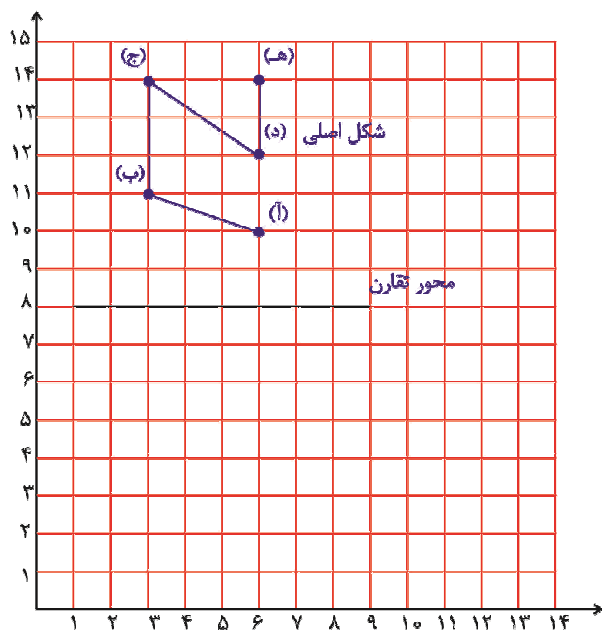
۳۰۸. به شکل زیر دقت کنید و به سوالات زیر پاسخ دهید.

الف) مختصات رأس‌های شکل زیر را بنویسید.

ب) قرینه شکل را نسبت به خط رسم شده بدست آورید.

ج) مختصات رأس‌های شکل قرینه را مشخص کنید.

د) مختصات نقاط شکل اصلی و قرینه را با هم مقایسه کرده و نتیجه آن را یادداشت کنید.



۳۰۹. از مبدأ مختصات ۳ واحد به سمت بالا حرکت کردیم و به نقطه‌ی (ن) رسیدیم. مختصات نقطه‌ی (ن) کدام است؟

۳۱۰. اگر $\begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix} = (س)$ و $\begin{bmatrix} 6 \\ 3 \end{bmatrix} = (ش)$ باشد، اندازه‌ی پاره خط (س ش) چند واحد است؟

۳۱۱. اگر $\begin{bmatrix} 4 \\ 2 \end{bmatrix} = (د)$ ، $\begin{bmatrix} 4 \\ 5 \end{bmatrix} = (ذ)$ و $\begin{bmatrix} 2 \\ 6 \end{bmatrix} = (ر)$ رأس‌های یک مثلث باشند، مساحت مثلث (د ذ ر) چقدر است؟

۳۱۲. کدام یک از نقاط زیر روی محور طول‌ها قرار ندارند؟

(۱) $\begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 0 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} 3/5 \\ 0 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} 8 \\ 0 \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} 0 \\ 8 \end{bmatrix}$

۳۱۳. کدام یک از نقاط زیر روی محور عرض‌ها قرار ندارند؟

(۱) $\begin{bmatrix} 0 \\ 3/5 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} 0 \\ 8/5 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} 9 \\ 0 \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} 0 \\ 9 \end{bmatrix}$

۳۱۴. نقطه‌ی $\begin{bmatrix} \square - 5 \\ \square - 3 \end{bmatrix} = (د)$ روی محور افقی قرار دارد. به جای \square کدام عدد قرار می‌گیرد؟

۳۱۵. نقطه‌ی $\begin{bmatrix} \square - 1 \\ \square - 7 \end{bmatrix} = (م)$ روی محور عمودی قرار دارد. به جای \square کدام عدد قرار می‌گیرد؟

۳۱۶. نقطه‌ی $\begin{bmatrix} \square - 2 \\ 8 \end{bmatrix} = (ه)$ از محورهای عمودی و افقی به یک فاصله است. به جای \square چه عددی قرار می‌گیرد؟

۳۱۷. نقاط $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ ، $\begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$ ، $\begin{bmatrix} 5 \\ 1 \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} 6 \\ 3 \end{bmatrix}$ رأس‌های یک متوازی‌الاضلاع می‌باشند. مساحت این متوازی‌الاضلاع چقدر است؟

۳۱۸. نقاط $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ ، $\begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix}$ ، $\begin{bmatrix} 7 \\ 1 \end{bmatrix}$ ، $\begin{bmatrix} 5 \\ 3 \end{bmatrix}$ رأس‌های یک دوزنقه می‌باشند. مساحت دوزنقه چقدر است؟

۳۱۹. در تقارن محوری یک نقطه با محور عمودی، عدد حرکت..... تغییر نمی‌کند.

(۱) افقی (۲) عمودی (۳) ۱ و ۲ (۴) هیچکدام

۳۲۰. قرینه‌ی مرکزی شکل را می‌توان با دوران شکل حول مرکز تقارن به اندازه‌ی بدست آورد.

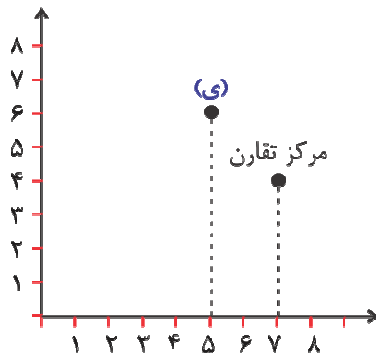
(۱) 90° (۲) 180° (۳) 360° (۴) صفر درجه

۳۲۱. قرینه‌ی محور نقطه‌ی $\begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$ نسبت به یک محور تقارن افقی کدام گزینه می‌تواند باشد؟

(۱) $\begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} 2 \\ 8 \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} 4 \\ 3 \end{bmatrix}$

۳۲۲. قرینه‌ی نقطه‌ی (ی) نسبت به نقطه‌ی مورد نظر کدام گزینه می‌باشند؟

(۱) $\begin{bmatrix} 9 \\ 2 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} 11 \\ 3 \end{bmatrix}$



(۳) $\begin{bmatrix} 8 \\ 2 \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} 8 \\ 3 \end{bmatrix}$

۳۲۳. کدام نقطه روی محور عمودی قرار دارد؟

(۱) $\begin{bmatrix} 9 \\ 1 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} 0 \\ 3 \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} 3 \\ 1 \end{bmatrix}$

۳۲۴. قرینه‌ی نقطه‌ی $\begin{bmatrix} 8 \\ 4 \end{bmatrix}$ نسبت به محور تقارن افقی را بیابید.

۳۲۵. قرینه‌ی نقطه‌ی $\begin{bmatrix} 3 \\ 7 \end{bmatrix}$ نسبت به نیم‌ساز ناحیه‌ی اول و سوم کدام است؟

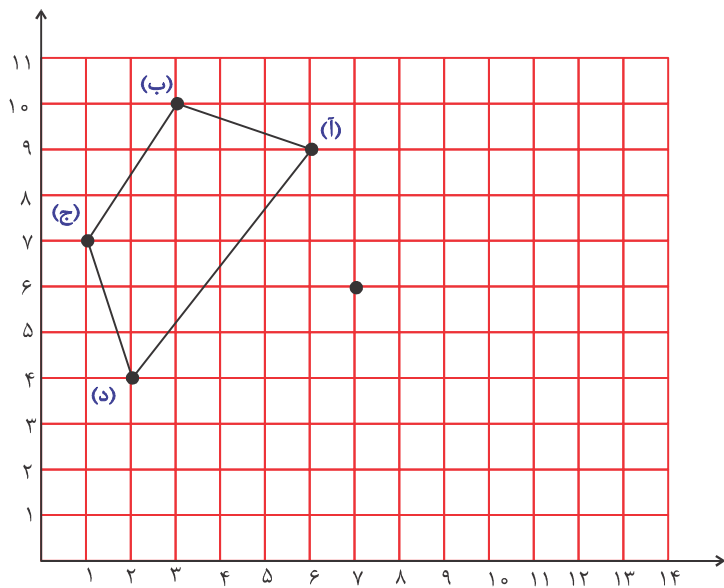
۳۲۶. دو نقطه‌ی $\begin{bmatrix} 3 \\ 7 \end{bmatrix}$ (د) و $\begin{bmatrix} 5 \\ 9 \end{bmatrix}$ (س) نسبت به کدام یک از نقاط زیر قرینه‌ی یکدیگرند؟

۳۲۷. دو نقطه‌ی $\begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix}$ (آ) و $\begin{bmatrix} 2 \\ 8 \end{bmatrix}$ (ب) نسبت به یک خط متقارن هستند. این خط از کدام یک از نقاط زیر نمی‌گذرد؟

۳۲۸. از دو نقطه‌ی $\begin{bmatrix} 3 \\ 5 \end{bmatrix}$ (ک) و $\begin{bmatrix} 6 \\ 5 \end{bmatrix}$ (گ) یک خط راست می‌گذرد. قرینه‌ی نقطه‌ی $\begin{bmatrix} 4 \\ 8 \end{bmatrix}$ (ل) نسبت به آن خط کدام

است؟

۳۲۹. قرینه‌ی مرکزی شکل زیر را رسم کنید.



۳۳۰. با توجه به شکل زیر به سوالات پاسخ دهید.

الف) مختصات رأس‌های شکل زیر را بنویسید.

ب) قرینه‌ی شکل را نسبت به خط تقارن داده شده رسم کنید.

ج) مختصات رأس‌های قرینه را بنویسید.

د) مختصات رأس‌های قرینه را با رأس‌های اصلی مقایسه کنید.

