

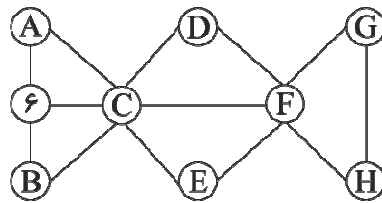


## پیش‌آزمون مقدماتی

# پایه‌هاک هفتم، هشتم و نهم لیگ علوم کامپیوتر و برنامه‌نویسی

برای آمادگی بیشتر به حل این سوالات بپردازید.

۱. در هر یک از دایره‌های زیر یک عدد صحیح و مثبت قرار دارد و اعداد هیچ دو دایره‌ای برابر نیستند. این اعداد یک سری از اعداد متوالی را تشکیل می‌دهند و مجموع اعداد هر یک از هفت خط روی شکل برابر با ۲۳ می‌باشد. اگر عدد گوشه‌ی سمت راست بالا از عدد گوشه‌ی سمت راست پایین کوچک‌تر باشد، عددهای مربوط به هر دایره را بنویسید. عدد ۶ از قبل در یکی از دایره‌ها نوشته شده است.



## International Scientific League of PAYA2017

بزرگترین رقابت علمی گروهی کشور و پنجمین دوره مسابقات دانش آموزی جهان اسلام در ایران

از پایه ششم ابتدایی تا دهم رشته‌های علوم پایه، علوم ریاضی، علوم تجربی، علوم انسانی، علوم کامپیوتر-برنامه‌نویسی و پژوهشی

تلفن: ۰۰۹۲۲۸۴۶۶۱-۰۳۵۶۶۱۲۸-۰۳۱۶۶۱۲۸

[www.Payaleague.ir](http://www.Payaleague.ir)

[Telegram.me/payaleague](https://t.me/payaleague)



۲. با اعداد ۱ تا ۲۰۱۲ ردیفی از اعداد را تشکیل داده‌ایم. نخستین عدد ۲۰۱۲ است. دقیقاً یک عدد ۱ بین نخستین ۲۰۱۲ و دومین ۲۰۱۲ وجود دارد. هم‌چنین دقیقاً دو عدد ۱ بین دومین و سومین ۲۰۱۲ وجود دارد. ضمناً می‌دانیم که عدد ۱ سه بار بین سومین و چهارمین ۲۰۱۲ آمده است و این الگو به همین ترتیب تکرار می‌شود. مجموع ۲۰۱۲ عدد ابتدایی در این رشته از اعداد را به‌دست آورید.

۳. می‌دانیم که هر عدد طبیعی را می‌توان برحسب توان‌های ۲ نوشت. چند عدد سه رقمی را می‌توان دقیقاً به صورت مجموع ۹ توان متمایز از ۲ نوشت؟

۴. مجموع ۱۹۹۷ عدد صحیح و مثبت برابر با ۲۰۱۳ شده است. اختلاف بین حداقل و حداکثر مقدار مجموع مربعات این اعداد چه‌قدر است؟

۵. عدد ۱۶ در گوشه‌ی بالایی سمت چپ جدول زیر قرار داده شده است. پانزده خانه‌ی باقی‌مانده را باید با استفاده از اعداد ۱، ۲، ۳، ...، ۱۵ و بدون این‌که از یک عدد بیش از یک بار استفاده کنیم، پر نماییم. این کار باید طوری انجام شود که مجموع اعداد هر ردیف، مجموع اعداد هر ستون و مجموع اعداد هر یک از قطرهای یک‌دیگر برابر باشند. حداکثر مقدار مجموع شش عددی که با حروف A, B, C, D, E و F نشان داده شده چه‌قدر است؟

۱۶			
		A	B
	D		C
	E	F	

۶. نه خانه‌ی خالی موجود در رابطه‌ی زیر باید با اعداد ۰، ۱، ۲، ...، ۸ پر شوند و اعداد خانه‌ها نیابستی با هم یکی باشند. کم‌ترین مقدار اختلاف بین دو عدد سه رقمی‌ای که در سمت چپ این معادله ظاهر شده‌اند، چند است؟

$$\square + \square\square + \square\square\square + \square\square\square\square = \square\square\square$$

۷. اگر حاصل عبارت زیر برابر با M باشد، [M] برابر با چه عددی است؟ (توضیح: اگر X عددی حقیقی باشد، که به آن جزء صحیح X گفته می‌شود، برابر با بزرگ‌ترین عدد صحیح مساوی یا کوچک‌تر از X است).

$$M = \sqrt{2012 \times \sqrt{2013 \times \sqrt{2014 \times \sqrt{\dots \sqrt{(2012^2 - 3)} \times \sqrt{(2012^2 - 2)} \sqrt{(2012^2 - 1)} \sqrt{2012^2}}}}}}$$

۸. کوچک‌ترین عدد صحیح و مثبت که دو برابر یک عدد طبیعی و هم‌چنین پنج برابر توان پنجم یک عدد طبیعی دیگر باشد، چیست؟

۹. در یک آزمون «آندریا» به  $\frac{1}{3}$  از سوالات پاسخ اشتباه داد و «باربارا» نیز به ۷ تا از مسایل جواب غلط داد. هر

دوی آن‌ها مشترکاً به  $\frac{1}{5}$  سوالات پاسخ نادرست دادند. حداکثر مجموع سوالاتی که توسط هر دوی آن‌ها به درستی پاسخ داده شده‌اند، چندتا است؟

۱۰. اگر پنج عدد صحیح و مثبت (طبیعی) متمایز را دوبه‌دو در هم ضرب کنیم، ده عدد به‌دست می‌آیند. کوچک‌ترین عدد به دست آمده برابر با ۲۸ و بزرگ‌ترین عدد به‌دست آمده ۲۴۰ می‌باشد. اگر ۱۲۸ نیز یکی از اعداد به‌دست آمده باشد، مجموع پنج عدد اولیه چند است؟

۱۱. «می‌فینگ» یک داستان کوتاه در طی پنج روز نوشت. تعداد کلمه‌هایی که او در هر روز نوشت، یک عدد صحیح مثبت است. هر شب، او جمع تعداد کلمه‌هایی را که تا آن موقع به دست آورده بود ثبت می‌کرد. سپس او اولین عدد را بر  $1 \times 2$ ، دومین عدد را بر  $2 \times 3$ ، سومین عدد را بر  $3 \times 4$ ، چهارمین عدد را بر  $4 \times 5$  و پنجمین عدد را بر  $5 \times 6$  تقسیم کرد. حاصل جمع این پنج کسر برابر با ۵ می‌باشد. حداقل تعداد کلمه‌هایی که در داستان او وجود دارند، چند است؟

۱۲. «آلیس» به جای هر یک از ۲۰۰۸ عدد ۶، ۷، ۸، ...، ۲۰۱۲ و ۲۰۱۳ مجموع ارقام هر عدد را قرار می‌دهد. «برایان» نیز به جای هر یک از اعداد به‌دست آمده توسط آلیس مجموع ارقام هر عدد را می‌گذارد و سرانجام «کالین» نیز به‌جای اعداد به‌دست آمده توسط برایان، مجموع ارقام هر یک از آن‌ها را می‌نویسد. کدام عدد است که کالین آن را بیشتر از بقیه نوشته است!

۱۳. در یک صفحه که در آن ۲۴ نقطه با فاصله‌های یکسان و به طور یکنواخت پخش شده‌اند، چند مثلث متساوی الاضلاع وجود دارند که حداقل دو راس آن‌ها روی این نقاط قرار داشته باشد!

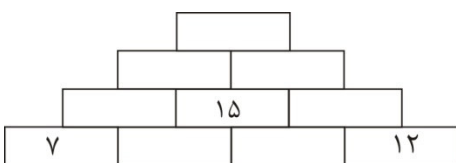
۱۴. میانگین همه‌ی اعداد ۹ رقمی که دارای پنج رقم ۵ و چهار رقم ۴ هستند، برابر با چه عددی است؟

۱۵. اگر  $p(N)$  نشان دهنده‌ی حاصل ضرب ارقام  $N$  و  $S(N)$  نیز نمایش‌گر حاصل جمع ارقام  $N$  باشند، نشان دهید که معادله‌ی زیر به ازای مقادیر نامتناهی  $N$  برقرار است.

$$P(P(N)) + P(S(N)) + S(P(N)) + S(S(N)) = 1984$$

۱۶. عدد  $3^{40}$  در مبنای ۱۰ چند رقمی است؟

۱۷. در شکل زیر عدد داخل هر مستطیل برابر با جمع اعداد دو مستطیلی است که دقیقاً زیر آن قرار دارند. عدد مربوط به بالاترین مستطیل چیست؟



۱۸. مجموع ارقام یک عدد ده رقمی زوج برابر ۸۹ است. باقی مانده‌ی تقسیم این عدد بر ۵ چه عددی است؟
۱۹. ۲۵۶ عدد چهار رقمی به صورت  $\overline{abcd}$  وجود دارند که  $a, b, c, d$  یکی از ارقام ۱، ۲، ۳، ۴ هستند. برای چند تا از این اعداد  $ad - bc$  زوج خواهد بود؟
۲۰. ده نفر به نام‌های  $A_1, A_2, \dots, A_{10}$  در یک سمینار سخنرانی می‌کنند. اگر  $A_1$  نخواهد در ابتدا سخنرانی کند و  $A_{10}$  نخواهد در انتها سخنرانی کند، این کار به چند طریق امکان پذیر است؟
۲۱. میانگین کلیه‌ی اعداد ۹ رقمی که در آن‌ها چهار بار رقم ۴ و پنج بار رقم ۵ آمده است را به دست آورید.
۲۲. تعداد عددهای طبیعی چهار رقمی کوچک تر از ۱۳۷۵ که رقم‌های آن‌ها از چپ به راست صعودی هستند، مانند عددهای ۱۳۳۴ و ۱۲۳۴ چند تاست؟
۲۳. تعدادی از دانش آموزان یک مدرسه در یک اردوی یک هفته‌ای شرکت کرده‌اند. در هر روز ۳ نفر از دانش آموزان مسئولیت تهیه غذا را بر عهده داشتند. پس از پایان اردو معلوم شد که هیچ دو نفری از دانش آموزان بیش از یکبار با هم مسئول تهیه‌ی غذا نبوده‌اند. اگر تعداد دانش‌آموزان شرکت کننده در اردو  $n$  باشند، چه چیزی درباره‌ی  $n$  می‌توان گفت؟
۲۴. در یک مهمانی ۱۲ نفر شرکت کرده‌اند. هنگام ورود مهمان‌ها هر کدام یک شماره‌ی متمایز از ۱ تا ۱۲ می‌گیرند. مهمان‌ها دور یک میز دایره‌ای می‌نشینند قرار است میزبان یک ظرف شیرینی برای پذیرایی ببرد. ولی هنگام برداشتن شیرینی هر کس به شماره‌ی خودش و نفر سمت راستش نگاه می‌کند و به تعداد شماره‌ی بیش‌تر از ظرف شیرینی بر می‌دارد. میزبان باید حداقل چند شیرینی در ظرف قرار دهد تا در هر شیوه‌ی نشستن مهمانان هر کس بتواند تعداد مشخص شده طبق دستور گفته شده را بردارد؟