



لیگ علمی بین المللی پژوهشگران ایران اسلامی (پایا)

نهمین دوره لیگ علمی بین المللی پایا

9th International Scientific Paya League

هوالمعلم

دفترچه پیش آزمون و سوالات

آزمون مرحله نیمه نهایی (اردیبهشت ۱۳۹۵)

پایه ششم ابتدایی

عنوان	صفحه	مدت زمان پاسخ گویی
پیش آزمون ها	۱۰ - ۲	۱۵ دقیقه
سوالات ۱ تا ۱۵ عمومی، سوالات ۱۶ تا ۲۵ اختصاصی براساس پیش آزمون	۱۱ - ۱۶	۴۵ دقیقه

پاسخ گویی به کلیه سوالات به صورت گروهی است. بنابراین توصیه می شود پس از جمع بندی نهایی یکی از اعضای گروه مسؤلیت وارد کردن پاسخ ها در پاسخ برگ را داشته باشد.

به ازای هر ۴ پاسخ اشتباه، امتیاز یک پاسخ صحیح از بین می رود.

- لیگ علمی پایا در مقطع ابتدایی در قالب گروه های ۵ نفره در یک لیگ به صورت ترکیب علوم پایه و ریاضی برگزار می گردد.
- این مرحله از لیگ علمی پایا شامل پیش آزمون، سوالات عمومی و سوالات پیش آزمون است.
- در قسمت اول آزمون هر کدام از اعضای گروه باید برگ پیش آزمون مربوط به خود را از دفترچه جدا نموده و به صورت انفرادی مطلب آموزشی (پیش آزمون) خود را در مدت زمان ۱۵ دقیقه مطالعه نمایند و به خاطر بسپارند.
 - قسمت دوم آزمون، شامل ۱۵ سوال تستی ۵ گزینه ای از مطالب کتاب های درسی و منابع معرفی شده است که دانش آموزان به صورت گروهی به آن ها پاسخ می دهند.
 - بخش سوم آزمون، شامل پاسخ گویی به ۱۰ سوال تستی ۵ گزینه ای است که تمامی اعضای گروه به کمک هم و با استناد به مطالب آموزشی که در بخش قبل مطالعه کرده اند به آن ها پاسخ می دهند.
- تذکر ۱. هر یک از اعضای گروه ملزم به مطالعه یکی از پیش آزمون ها می باشد و در غیر این صورت تخلف در آزمون محسوب می شود.
- تذکر ۲. چنانچه گروهی ۴ نفره باشد، یکی از اعضای گروه علاوه بر مطالعه پیش آزمون مربوط به خود مسؤلیت پیش آزمون ۵ را نیز بر عهده دارد.
- تذکر ۳. چنانچه گروهی ۳ نفره باشد، یکی از اعضای گروه می تواند مسؤلیت مطالعه پیش آزمون ۴ را بر عهده بگیرد و گروه مجاز به مطالعه پیش آزمون ۵ نمی باشد.
- تذکر ۴. هنگام پاسخ گویی به سوالات نیاز به جمع آوری پیش آزمون ها از دانش آموزان نمی باشد.

پیش‌آزمون ۱

توان

اعداد یکی از قدیمی‌ترین مفاهیم در ریاضیات است. همان‌طور که می‌دانید محاسبات نیز نقش مهم و حیاتی در زندگی انسان‌ها دارد. مردم در قدیم بیشتر کارها را با کمک عمل جمع انجام می‌دادند اما با گذشت زمان در محاسبات بزرگ دچار مشکل شدند.

به عنوان مثال: فرض کنید قیمت یک گونی برنج یک واحد پول بود، برای محاسبه‌ی قیمت ۵۰ گونی باید ۵۰ بار عدد یک را با هم جمع می‌کردند، در حالی که امروز با کمک عمل ضرب این محاسبه را به سادگی انجام می‌دهیم:

$$\underbrace{1+1+1+1+1+1+1+\dots+1+1+1}_{50} = 50 \rightarrow 50 \times 1 = 50$$

۵۰ بار

با پیشرفت ریاضی دیگر عمل ضرب هم عمل کوچکی بود. در تاریخ نقل شده پادشاه هند که بازی شطرنج برایش بسیار جذاب بود به مخترع این بازی وعده پاداش بزرگی داد و به او گفت هر پاداشی که بخواهد برایش فراهم می‌کند. مخترع به ظاهر درخواست ساده‌ای داشت. او از پادشاه خواست به او مقداری گندم بدهد به طوری که اگر دانه‌ها را در خانه‌های صفحه‌ی شطرنج بچیند، در خانه‌ی اول یک دانه، در خانه‌ی دوم، ۲ برابر خانه‌ی اول و در خانه‌ی سوم، ۲ برابر خانه‌ی دوم دانه قرار گیرد و به همین ترتیب چیدن گندم‌ها ادامه یابد.

شماره‌ی خانه	۱	۲	۳	۴	۵	۶ ...
تعداد گندم‌های هر خانه	۱	۲	۲×۲	۲×۲×۲	۲×۲×۲×۲	۲×۲×۲×۲×۲ ...

پس از محاسبه معلوم شد برای این که بتوان این مقدار گندم را به دست آورد باید هشت بار تمام زمین کشاورزی را کاشت و هشت بار محصول آن را جمع کرد.

برای یافتن تعداد دانه‌های گندمی که در خانه‌ی آخر صفحه‌ی شطرنج قرار می‌گیرد، باید عدد ۲ را ۶۳ مرتبه در خودش ضرب کنیم:

$$\underbrace{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times \dots \times 2}_{63 \text{ مرتبه}} = 2^{63}$$

۶۳ مرتبه

در ریاضی نوعی ساده‌نویسی برای نمایش حاصل ضرب چند عدد مساوی در یکدیگر وجود دارد که توان نامیده می‌شود.

به 2^{63} عدد توان‌دار می‌گوییم که در آن ۲ پایه (مبنا) و 63 توان (نما) نامیده می‌شود. در واقع نما، نشان می‌دهد که پایه را چند مرتبه در خودش ضرب کرده‌ایم و به عبارت دیگر هرگاه عددی را چند بار در خودش ضرب کنیم، می‌گوییم آن عدد را به توان رسانده‌ایم.

مثال ۱: در آتش‌سوزی یک جنگل در هر دقیقه ۷ درخت می‌سوزد. اگر این آتش‌سوزی ۱۰ دقیقه ادامه یابد، چند درخت از بین می‌رود؟

$$7 \times 7 = 7^{10}$$

مثال ۲: یک برج اداری ۱۱ طبقه دارد که در هر طبقه‌ی آن ۱۱ واحد و در هر واحد، ۱۱ کارمند مشغول به کار هستند. در مجموع چند نفر در این برج اداری کار می‌کنند؟

$$11 \times 11 \times 11 = 11^3$$

نکته ۱: یک به توان هر عددی برسد برابر با یک خواهد بود:

$$1^5 = 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 = 1$$

نکته ۲: هر عددی به توان یک، برابر با خود عدد خواهد بود:

$$9^1 = 9$$

نکته ۳: هر عدد به توان صفر برابر است با یک:

$$5^0 = 1 \quad 7^0 = 1 \quad 13^0 = 1$$

مثال ۳: حاصل عبارت زیر را به دست آورید.

$$5 \times (2 + 3) + 5^2 = 5 \times 5 + 25 = 50$$

همان‌طور که قبلاً با تقدم عملگرها آشنا شده‌اید، باید بدانید در انجام محاسبات ریاضی توان به ضرب (تقسیم) و جمع (تفریق) مقدم است.

پیش‌آزمون ۲ ضرب اعداد توان‌دار

همان‌طور که می‌دانید در ریاضیات برای نمایش ساده‌تر جمع چند عدد یکسان از عمل ضرب استفاده می‌شود. یعنی به‌جای نشان دادن جمع ۵ عدد دو به‌صورت

$$۲+۲+۲+۲+۲$$

از عبارت ۵×۲ استفاده می‌کنیم. به‌همین ترتیب برای سادگی در انجام محاسبات هنگامی که چند عدد یکسان در یکدیگر ضرب می‌شوند، از توان استفاده می‌کنیم.

به عنوان مثال برای نمایش عبارت $۷ \times ۷ \times ۷$ می‌توان نوشت، $۷^۸$ که به آن یک عدد توان‌دار می‌گویند و ۷ را پایه (مبنا) و ۸ را توان (نما) می‌نامند. در واقع نما نشان می‌دهد که پایه را چند مرتبه در خودش ضرب کرده‌ایم. با استفاده از قوانین ضرب اعداد توان‌دار می‌توان محاسبات را ساده‌تر انجام داد.

فرض کنید می‌خواهیم حاصل ضرب عبارت $(۱۱)^۳ \times (۱۱)^۴$ را به‌دست آوریم.

ابتدا هریک از اعداد توان‌دار را باز کرده و به حالت ضرب می‌نویسیم:

$$(۱۱)^۳ \times (۱۱)^۴ = \underbrace{۱۱ \times ۱۱ \times ۱۱}_{\text{مرتبه ۳}} \times \underbrace{۱۱ \times ۱۱ \times ۱۱ \times ۱۱}_{\text{مرتبه ۴}} = ۱۱^{۳+۴} = ۱۱^۷$$

پس از نوشتن اعداد توان‌دار به‌صورت ضرب، متوجه می‌شویم که عدد ۱۱، هفت مرتبه در خودش ضرب شده پس می‌توان آن‌را به‌صورت $۱۱^۷$ نمایش داد. به عبارتی در ضرب اعداد توان‌دار، اگر پایه‌ها مساوی و توان‌ها متفاوت باشند، یکی از پایه‌ها را نوشته و توان‌ها را با هم جمع می‌کنیم.

حال اگر در ضرب اعداد توان‌دار، پایه‌ها متفاوت و توان‌ها مساوی باشند، مانند $۳^۴ \times ۵^۴$ ، توان را به ضرب تبدیل می‌کنیم:

$$۳^۴ \times ۵^۴ = ۳ \times ۳ \times ۳ \times ۳ \times ۵ \times ۵ \times ۵ \times ۵$$

حال با توجه به خاصیت جابه‌جایی در ضرب می‌توان نوشت:

$$۳^۴ \times ۵^۴ = ۳ \times ۵ \times ۳ \times ۵ \times ۳ \times ۵ \times ۳ \times ۵ = ۱۵ \times ۱۵ \times ۱۵ \times ۱۵ = ۱۵^۴$$

پس در ضرب اعداد توان‌دار، اگر توان‌ها مساوی و پایه‌ها متفاوت باشند، می‌توان یکی از توان‌ها را نوشت و پایه‌ها را در هم ضرب کرد.

پیش‌آزمون ۳

تقسیم اعداد توان‌دار

همان‌طور که می‌دانید در ریاضیات برای نمایش ساده‌تر جمع چند عدد یکسان از عمل ضرب استفاده می‌شود. یعنی به‌جای نمایش جمع ۵ عدد ۲ به‌صورت:

$$2+2+2+2+2$$

از عبارت 5×2 استفاده می‌کنیم. به‌همین ترتیب برای سادگی در انجام محاسبات، هنگامی که چند عدد یکسان در یکدیگر ضرب می‌شوند، از توان استفاده می‌کنیم.

به‌عنوان مثال برای نمایش عبارت $7 \times 7 \times 7$ می‌توان نوشت، 7^8 که به آن یک عدد توان‌دار می‌گویند و ۷ را پایه (مبنا) و ۸ را توان (نما) می‌نامند.

در واقع نما نشان می‌دهد که پایه را چند مرتبه در خودش ضرب کرده‌ایم.

در تقسیم دو عدد توان‌دار بر یکدیگر، اگر پایه‌های دو عدد مساوی باشند، می‌توان به شکل زیر عمل کرد:

$$10^6 \div 10^2 = \frac{10^6}{10^2} = \frac{\cancel{10} \times \cancel{10} \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10}{\cancel{10} \times \cancel{10}} = 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10^{6-2} = 10^4$$

مثال:

$$\left(\frac{5}{3}\right)^4 \div \left(\frac{5}{3}\right)^2 = \frac{\frac{5}{\cancel{3}} \times \frac{5}{\cancel{3}} \times \frac{5}{\cancel{3}} \times \frac{5}{\cancel{3}}}{\frac{5}{\cancel{3}} \times \frac{5}{\cancel{3}}} = \frac{5}{3} \times \frac{5}{3} = \left(\frac{5}{3}\right)^{4-2} = \left(\frac{5}{3}\right)^2$$

پس از نوشتن اعداد توان‌دار به‌صورت ضرب و ساده کردن اعداد مشابه می‌توان نتیجه گرفت در تقسیم دو عدد توان‌دار که پایه‌های مساوی دارند، می‌توان یکی از پایه‌ها را نوشت و توان‌ها را از هم کم کرد.

حال مثالی را در نظر بگیرید که دو عدد پایه‌های متفاوت و توان‌های یکسان داشته باشند.

$$10^3 \div 5^3 = \frac{10^3}{5^3} = \left(\frac{10}{5}\right)^3 = \frac{10}{5} \times \frac{10}{5} \times \frac{10}{5} = 2 \times 2 \times 2 = 2^3$$

به عبارت دیگر در تقسیم اعداد توان‌دار با پایه‌های متفاوت و توان‌های یکسان، می‌توان یکی از توان‌ها را نوشت و پایه‌ها را بر هم تقسیم کرد.

پیش‌آزمون ۴

توان منفی

همان‌طور که می‌دانید در ریاضیات برای نمایش ساده‌تر جمع چند عدد یکسان از عمل ضرب استفاده می‌شود. یعنی به‌جای نمایش جمع ۵ عدد دو به‌صورت:

$$۲+۲+۲+۲+۲$$

از عبارت ۵×۲ استفاده می‌کنیم. به‌همین ترتیب برای سادگی در انجام محاسبات، هنگامی که چند عدد یکسان در یکدیگر ضرب می‌شوند، از توان استفاده می‌کنیم.

به‌عنوان مثال برای نمایش عبارت $۷ \times ۷ \times ۷ \times ۷ \times ۷ \times ۷ \times ۷ \times ۷$ می‌توان نوشت، $۷^۸$ که به آن یک عدد توان‌دار می‌گویند و ۷ را پایه (مبنا) و ۸ را توان (نما) می‌نامند.

در واقع نما نشان می‌دهد که پایه را چند مرتبه در خودش ضرب کرده‌ایم.

حال عدد $۵^{-۲}$ را در نظر بگیرید. برای آشنایی بهتر با مفهوم اعداد با توان منفی می‌توان از مثال زیر کمک گرفت:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{۵^۴}{۵^۶} = ۵^{۴-۶} = ۵^{-۲} \\ \frac{۵^۴}{۵^۶} = \frac{۵ \times ۵ \times ۵ \times ۵}{۵ \times ۵ \times ۵ \times ۵ \times ۵ \times ۵} = \frac{۱}{۵ \times ۵} = \frac{۱}{۵^۲} \end{array} \right\} \Rightarrow ۵^{-۲} = \frac{۱}{۵^۲}$$

در واقع هر عدد با توان منفی برابر است با عکس همان عدد با توان مثبت.

مثال:

$$۷^{-۳} = \left(\frac{۱}{۷}\right)^۳$$

$$\left(\frac{۳}{۴}\right)^{-۵} = \left(\frac{۴}{۳}\right)^۵$$

توان‌های متوالی

فرض کنید می‌خواهیم عددی توان‌دار را به توان جدیدی برسانیم. مثلاً بخواهیم عدد $۷^۳$ را به توان ۲ برسانیم. این عدد را به

شکل $(۷^۳)^۲$ نمایش می‌دهیم:

$$(۷^۳)^۲ = \underbrace{۷^۳ \times ۷^۳}_{۲ \text{ مرتبه}} = ۷^{۳+۳} = ۷^۶ = ۷^{۳ \times ۲}$$

مثال:

$$(7^2)^4 = \underbrace{7^2 \times 7^2 \times 7^2 \times 7^2}_{\text{مرتبۀ ۴}} = 7^{2+2+2+2} = 7^8 = 7^{2 \times 4}$$

برای یافتن حاصل می‌توان توان‌ها را در یکدیگر ضرب کرد و پایه‌ی قبل را نوشت.

مثال:

$$(5^2)^3 = 5^{2 \times 3} = 5^6$$

اما باید به این نکته توجه داشت که $(5^2)^4$ با 5^{2^4} متفاوت است، زیرا همان‌طور که می‌دانید در محاسبه‌ی عبارت $(5^2)^4$ باید 5^2 را ۴ مرتبه در خودش ضرب کنیم (یا به توان ۴ برسانیم) در حالی‌که در عبارت 5^{2^4} ابتدا باید ۲ را به توان ۴ رسانده و سپس ۵ را به توان نمای جدید (که همان ۱۶ است) برسانیم.

$$(5^2)^4 = \underbrace{5^2 \times 5^2 \times 5^2 \times 5^2}_{\text{مرتبۀ ۴}} = 5^8$$

$$5^{2^4} = 5^{2 \times 2 \times 2 \times 2} = 5^{16}$$

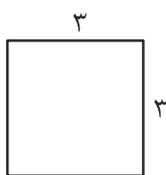
مثال:

$$3^{2^2} = 3^{2 \times 2} = 3^4$$

$$(3^2)^2 = 3^2 \times 3^2 = 3^{2+2} = 3^4$$

تعریف: هرگاه عددی را به توان ۲ برسانیم به آن مجذور یا مربع عدد می‌گوییم.

به عنوان مثال، مربع عدد ۳ برابر است با 3^2 .

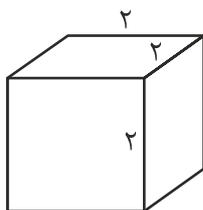


در واقع مساحت مربعی به ضلع ۳ را حساب می‌کنیم.

تعریف: هنگامی که عددی را به توان ۳ برسانیم، به آن مکعب عدد می‌گوییم.

به عنوان مثال، مکعب عدد ۲ برابر است با 2^3 .

می‌توان گفت مکعب یک عدد برابر با حجم مکعبی است که اندازه‌ی هر ضلع آن برابر با این عدد است.



پیش‌آزمون ۵ نماد علمی

همان‌طور که می‌دانید در ریاضیات برای نمایش ساده‌تر جمع چند عدد یکسان از عمل ضرب استفاده می‌شود. یعنی به جای نمایش جمع ۵ عدد دو به صورت:

$$۲+۲+۲+۲+۲$$

از عبارت ۵×۲ استفاده می‌کنیم.

همچنین برای سادگی در انجام محاسبات هنگامی که چند عدد یکسان در یکدیگر ضرب می‌شوند، از توان استفاده می‌کنیم.

به عنوان مثال برای نمایش عبارت $۷ \times ۷ \times ۷$ می‌توان نوشت $۷^۸$ که به آن یک عدد توان‌دار می‌گویند و ۷ را پایه (مبنا) و ۸ را توان (نما) می‌نامند.

در واقع نما، نشان می‌دهد که پایه را چند مرتبه در خودش ضرب کرده‌ایم.

فاصله‌ی ناهید تا خورشید ۱۰۸۰۰۰۰۰۰۰۰ متر و فاصله‌ی پلوتون تا زمین ۵۹۱۰۰۰۰۰۰۰ کیلومتر است. طول کوتاه‌ترین حشره‌ی کشف شده در جهان ۰/۰۰۰۳۲۵ متر است.

آیا می‌توانید عددهای فوق را به سادگی بخوانید؟ مسلماً کار ساده‌ای نیست.

در انجام تحقیقات علمی اغلب با عددهایی مشابه برخورد می‌کنیم، ارقامی که خیلی بزرگ یا بیش از حد کوچک هستند. اگر بخواهیم برای حل یک مسئله چندین بار از این اعداد استفاده کنیم، به احتمال زیاد در انجام محاسبات ریاضی دچار اشتباه شده و به مشکل برمی‌خوریم. برای سهولت در نمایش و همچنین خواندن این اعداد از نمادگذاری علمی استفاده می‌شود. مثلاً فرض کنید می‌خواهیم عدد ۱۳۸۲۰۰۰ را به صورت نماد علمی بنویسیم. برای این کار باید این عدد را به صورت حاصل ضرب یک عدد اعشاری بین ۱ و ۱۰ در توان صحیحی از عدد ۱۰ نوشت.

برای همین منظور اولین رقم غیر صفر عدد را از سمت چپ مشخص می‌کنیم و ممیز را قرار می‌دهیم. در این مثال ممیز بعد از عدد ۱ قرار می‌گیرد. اگر ممیز از راست به چپ حرکت کند، به تعداد ارقامی که حرکت کرده به توان ۱۰ اضافه می‌شود و اگر ممیز از چپ به راست حرکت کند به تعداد ارقام از توان ۱۰ کم می‌شود.

در عدد ۱۳۸۲۰۰۰ هنگامی که ممیز را بعد از یک قرار می‌دهیم، به اندازه‌ی ۶ رقم حرکت کرده است، زیرا:

$$۱۳۸۲۰۰۰ = ۱۳۸۲۰۰۰ / ۰$$

(می‌دانیم صفر بعد از ممیز تأثیری ندارد) پس هر عدد صحیح را می‌توان به صورت یک عدد اعشاری نوشت.

$$۱۳۸۲۰۰۰۰ = ۱ / \underbrace{۳۸۲۰۰۰۰}_{\text{رقم ۶}} \times ۱۰^۶$$

ممیز از راست به چپ حرکت کرده پس به تعداد ارقامی که ممیز حرکت کرده یعنی ۶ رقم به توان ۱۰ اضافه کردیم.

مثال: $۰/۰۰۰۰۲۵۴۳$ را به صورت نماد علمی بنویسید.

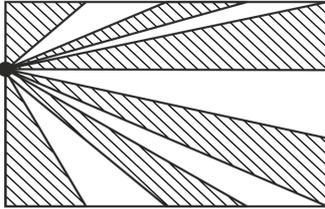
$$۰ / \underbrace{۰۰۰۰۲}_{\text{رقم ۵}} ۵۴۳ = ۲ / ۵۴۳ \times ۱۰^{-۵}$$

ابتدا ممیز را حرکت می‌دهیم بعد از اولین رقم از سمت چپ قرار می‌دهیم (تا عدد به دست آمده بین ۱ تا ۱۰ باشد) بعد به

اندازه‌ی ۵ رقمی که از چپ به راست حرکت کرده‌ایم، از توان ۱۰ کم می‌کنیم.

سوالات عمومی

۱. طول یک مستطیل را به ۴ قسمت مساوی و عرض آن را به ۳ قسمت مساوی تقسیم کرده و قسمت‌ها را با پاره‌خط به هم متصل کرده‌ایم. مساحت ناحیه‌ی رنگی را محاسبه و با تقریب کمتر از ۱/۱۰ گرد کرده‌ایم. مساحت



ناحیه‌ی رنگی کدام است؟

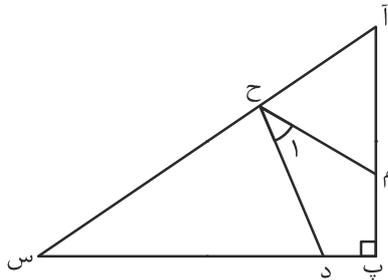
- (۱) ۰/۸
- (۲) ۰/۵
- (۳) ۰/۶
- (۴) ۰/۴
- (۵) ۰/۷

$$1 + \frac{1}{182 + \frac{1}{1 + \frac{2}{\square}}} = \frac{2022}{2011}$$

۲. در جای خالی چه عددی قرار می‌گیرد؟

- (۱) ۷
- (۲) ۹
- (۳) ۱۱
- (۴) ۵
- (۵) ۸

۳. در شکل مقابل طول پاره‌خط‌های (آح) و (آم) برابر است. همچنین دو پاره‌خط (سح) و (سد) نیز هم اندازه



هستند. اندازه‌ی زاویه‌ی α چقدر است؟

- (۱) 45°
- (۲) 30°
- (۳) $22/5^\circ$
- (۴) 60°
- (۵) $67/5^\circ$

۴. یک صفحه‌ی شطرنج 8×8 داریم که سطرها و ستون‌های آن را از ۱ تا ۸ شماره‌گذاری کرده‌ایم. عدد نوشته شده در هر خانه از حاصل ضرب عدد ستون و سطر که در آن قرار دارد، به دست می‌آید. مجموع اعداد نوشته شده

در خانه‌ها چقدر است؟

	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸
۱								
۲								
۳								
۴								
۵								
۶								
۷								
۸								

- (۱) ۵۳۴
- (۲) ۱۳۹۰
- (۳) ۲۴۰۱
- (۴) ۱۷۶۰
- (۵) ۱۲۹۶

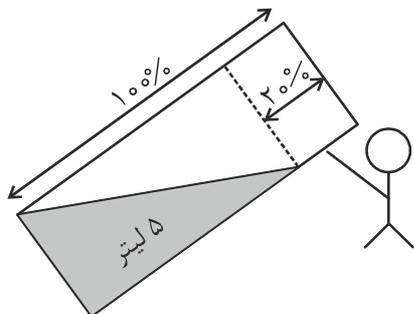
۵. تحقیقات علمی نشان می‌دهد که ۱۰٪ از افراد سیگاری به سرطان ریه مبتلا می‌شوند و ۹۰٪ از بیماران مبتلا به سرطان ریه، سیگاری هستند. در یک منطقه که ۲۰٪ از جمعیت سیگاری هستند، چند درصد مردم به سرطان ریه مبتلا هستند؟

- ۱) $\frac{9}{5}$ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۹ (۵) $\frac{20}{9}$

۶. از میان کسرهای $\frac{1}{18}$ ، $\frac{1}{15}$ ، $\frac{1}{12}$ ، $\frac{1}{9}$ ، $\frac{1}{6}$ و $\frac{1}{3}$ ، دو کسر را حذف می‌کنیم. مجموع کسرهای باقی‌مانده، برابر $\frac{2}{3}$ می‌شود. حاصل ضرب دو کسر حذف شده کدام است؟

- ۱) $\frac{1}{54}$ (۲) $\frac{1}{180}$ (۳) $\frac{1}{72}$ (۴) $\frac{1}{280}$ (۵) $\frac{1}{216}$

۷. یک آکواریوم پر از آب است. شخصی آکواریوم را کج می‌کند و آب آن خارج می‌شود و تنها ۵ لیتر آب در آن باقی می‌ماند. این آکواریوم گنجایش چند لیتر آب دارد؟



- ۱) $12/5$ (۲) ۱۸ (۳) ۲۰ (۴) ۱۰ (۵) $14/5$

۸. حاصل عبارت زیر کدام است؟

- $$\frac{(1-\frac{1}{3})(1-\frac{1}{4})(1-\frac{1}{5}) \times \dots \times (1-\frac{1}{12})}{(1+\frac{1}{3})(1+\frac{1}{4})(1+\frac{1}{5}) \times \dots \times (1+\frac{1}{12})}$$
- ۱) $\frac{1}{39}$ (۲) $\frac{2}{8}$ (۳) $\frac{11}{120}$ (۴) $\frac{13}{128}$ (۵) $\frac{14}{32}$

۹. فرض کنید که روی دست شما چند قطره‌ی کوچک جوهر نمک ریخته شده باشد و شما برای شست‌وشوی این قطره‌ها به آب دسترسی ندارید. استفاده از کدام یک از مواد زیر می‌تواند به ما کمک بیشتری کند؟

- ۱) محلول آب‌لیمو (۲) محلول سرکه (۳) محلول سود سوزآور (۴) محلول پتاسیم هیدروکسید (۵) محلول جوش شیرین

۱۰. آب ژاول تازه و آب ژاول کهنه بر کاغذ پی اچ آبی چه تأثیری دارند؟

- ۱) آب ژاول تازه کاغذ پی اچ را بی‌رنگ و آب ژاول کهنه آن را پررنگ‌تر می‌کند.
- ۲) آب ژاول تازه کاغذ پی اچ را پررنگ‌تر و آب ژاول کهنه آن را بی‌رنگ می‌کند.
- ۳) هر دو آن را پررنگ‌تر می‌کنند.
- ۴) هر دو آن را بی‌رنگ می‌کنند.
- ۵) هیچ‌کدام تأثیر خاصی بر کاغذ پی اچ ندارند.

۱۱. سرعت عبور امواج لرزه‌ای در کدام یک از سنگ‌های زیر کمتر از بقیه است؟

- ۱) بازالت
- ۲) گرانیت
- ۳) ماسه سنگ
- ۴) سنگ مرمر
- ۵) پوک‌هی معدنی

۱۲. سرعت دو نوع موج لرزه‌ای برابر با ۸ و ۶ کیلومتر بر ثانیه است. اگر این دو موج توسط یک ایستگاه لرزه‌نگاری با فاصله‌ی زمانی ۵ ثانیه ثبت شوند، فاصله‌ی کانون زلزله تا ایستگاه چند کیلومتر است؟

- ۱) ۱۰۰
- ۲) ۱۰
- ۳) ۱۲۰
- ۴) ۳۵
- ۵) ۹۰

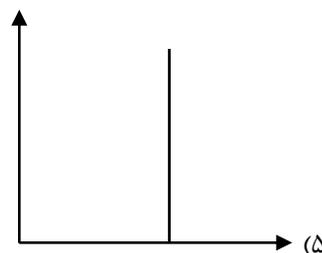
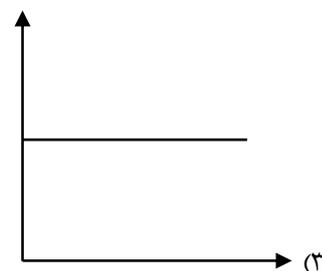
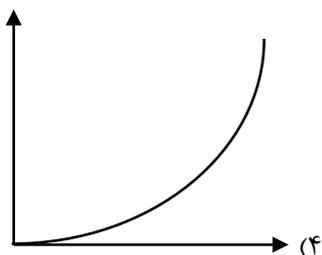
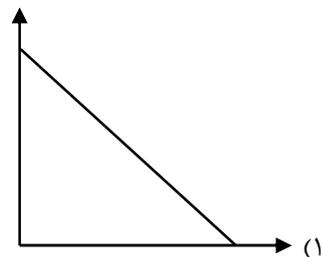
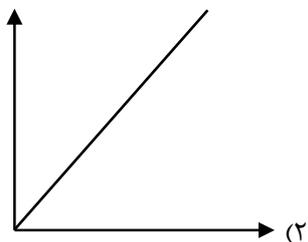
۱۳. در کدام گزینه شدت جاذبه‌ی زمین از بقیه کمتر است؟

- ۱) سطح زمین
- ۲) در عمق ۵۰۰۰ کیلومتری زمین
- ۳) در ارتفاع ۱۰ متری سطح زمین
- ۴) در کره‌ی ماه
- ۵) در مرکز کره‌ی زمین

۱۴. اگر به انتهای فنری سبک، یک بار وزنه‌ی ۲۰۰ گرمی و بار دیگر وزنه‌ی ۴۰۰ گرمی بیاویزیم، طول فنر به ترتیب ۱۲ و ۱۴ سانتی‌متر می‌شود. در صورتی که نیروی وزن وارد شده به یک وزنه‌ی یک کیلوگرمی در سطح زمین را برابر با ۱۰ نیوتن فرض کنیم، طول اولیه‌ی فنر بر حسب سانتی‌متر کدام است؟

- ۱) ۷
- ۲) ۸
- ۳) ۹
- ۴) ۱۰
- ۵) ۱۱

۱۵. وزنه‌ای را از نزدیکی سطح زمین رها کرده‌ایم. در صورتی که از اصطکاک هوا صرف‌نظر کنیم، نمودار انرژی مکانیکی آن بر حسب ارتفاع کدام گزینه خواهد بود؟ (محور افقی نشان‌دهنده‌ی ارتفاع و محور عمودی نشان‌دهنده‌ی انرژی مکانیکی است.)



سوالات اختصاصی

۱۶. در عبارت $(2^2 \times 2)^{10} = (2^2)^5 \times 3^{6+\square}$ چه عددی داخل \square قرار می‌گیرد تا تساوی برقرار شود؟

- | | | |
|-------|-------|-------|
| ۳۰(۱) | ۷۴(۲) | ۱۵(۳) |
| ۲(۴) | ۵۳(۵) | |

۱۷. اگر بخواهیم در عبارت زیر جاهای خالی را با اعداد صحیح و نامنفی پر کنیم تا تساوی برقرار باشد، مجموع مقادیری که در جاهای خالی می‌توان قرار داد، چقدر است؟

$$2^{\square} \times 2^{\Delta} = 2^{\square} \times \Delta$$

- | | | |
|------|-------|------|
| ۲(۱) | ۲(۲) | ۴(۳) |
| ۷(۴) | ۱۱(۵) | |

۱۸. حاصل $\frac{5^{2006}}{3^{2004} + 5^{2005}}$ عددی است بین:

- | | | |
|----------|----------|----------|
| ۶ و ۵(۱) | ۴ و ۳(۲) | ۲ و ۱(۳) |
| ۷ و ۶(۴) | ۵ و ۴(۵) | |

۱۹. سرعت نور در خلأ تقریباً برابر 3×10^8 متر بر ثانیه است. (یعنی نور خورشید در هر ثانیه 3×10^8 متر در خلأ طی می‌کند). یک سال نوری مسافتی است که نور در خلأ در یک سال طی می‌کند. پروکسیما قنطوری نزدیک‌ترین ستاره به زمین بعد از خورشید است. اگر فاصله‌ی این ستاره تا زمین 4.243×10^{16} متر نوری باشد، این ستاره در چند متری زمین قرار دارد؟

- | | | |
|---------------------------------|-----------------------------------|-------------------------------|
| ۵/۱۴۲۱۷۸ × ۱۰ ^{۱۷} (۱) | ۴/۰۱۴۲۱۷۴۴ × ۱۰ ^{۱۶} (۲) | ۹/۴۶۰۸ × ۱۰ ^{۱۵} (۳) |
| ۸/۱۵۶۵۷۲ × ۱۰ ^{۱۷} (۴) | ۶/۰۱۴۲۷۵ × ۱۰ ^{۱۶} (۵) | |

۲۰. حاصل $\frac{2^{17} - 2^{13}}{2^0}$ برابر است با:

- | | | |
|-------------------------|------------------------|------------------------|
| ۲ × ۱۰ ^۳ (۱) | ۲ ^{۱۰} × ۵(۲) | ۲ ^{۱۱} × ۳(۳) |
| ۲ ^{۱۱} × ۵(۴) | ۳ ^{۱۱} × ۵(۵) | |

۲۱. اگر $\frac{2^{\Delta}}{2^{\square}} = \frac{1}{5}$ باشد، حاصل $\frac{1}{2^{\Delta - \square}}$ چقدر است؟

- | | | |
|-------|--------|-------|
| ۲۳(۱) | ۱۵(۲) | ۲۵(۳) |
| ۵(۴) | ۵/۵(۵) | |

۲۲. می‌دانیم 10^{Δ} عددی است که از ۱۰۰۰۰۰۰ کوچک‌تر و از صفر بزرگ‌تر است. به علاوه $\frac{1}{2^{\Delta}}$ بزرگ‌ترین مقدار

ممکن را دارد. اگر Δ عددی صحیح و نامنفی باشد، تفاضل مکعب و مربع عدد 2^{Δ} چقدر است؟

- | | | |
|-------|---------------------|-------|
| ۱°(۱) | ۲(صفر) | ۱۵(۳) |
| ۸(۴) | ۱۰ ^۳ (۵) | |

۲۳. ساده شده‌ی عبارت $15 \times (2^5 + (2^2)^3 + 2^7 + (2^4)^2) \times 15$ برابر است با:

- | | | |
|--------------------------------|------------------------|---------------------|
| $15 \times 2^5 \times 5^2$ (۳) | 15×2^{25} (۲) | $15^3 \times 5$ (۱) |
| | $15^2 \times 2^5$ (۵) | 15×5^3 (۴) |

۲۴. قطر هسته‌ی اتم A برابر $10^{-10} \times 0.5$ متر و قطر هسته‌ی اتم B برابر $10^{-8} \times 5000$ متر است. اگر بخواهیم مجموع معکوس قطرهای این دو هسته را به صورت نماد علمی نمایش دهیم، توان ۱۰ چند است؟

- | | | |
|-----------|-----------|----------|
| -15 (۳) | -10 (۲) | 10 (۱) |
| | -20 (۵) | 11 (۴) |

۲۵. اگر $2008 = 11^{\nabla} + 7^{\circ} + 5^{\Delta} + 3 \times 2^{\square}$ باشد، مجموع مقادیری که در ∇ ، \circ ، Δ ، \square قرار می‌گیرد، چقدر است؟ (همه‌ی اعداد، صحیح و نامنفی هستند.)

- | | | |
|----------|---------|---------|
| 10 (۳) | 7 (۲) | 8 (۱) |
| | 6 (۵) | 9 (۴) |

پیام بسیار مهم

دانش آموزان عزیز شرکت کننده در نهمین دوره لیگ علمی پایا!
خدا قوت...

شما عزیزان برای دسترسی سریعتر به منابع، اطلاعیه‌های مراحل بعدی پایا و نتایج می‌بایست به کانال تلگرام دبیرخانه پایا بپیوندید. برای این منظور آدرس کانال را در نرم افزار تلگرام وارد نموده و به محض ورود بر روی گزینه Join کلیک نمایید.

آدرس تلگرامی: @payaleague

آدرس اینترنتی: Telegram.me/payaleague

منتظر حضورتان هستیم..

موفق باشید.