هوالعلیم

دفترچه پیش‌آزمون و سوالات
آزمون مرحله‌ی نیمه‌نهایی (اردیبهشت ۱۳۹۵)
پایه‌ی نهم

عنوان	صفحه	مدت زمان پاسخ‌گویی
پیش‌آزمون‌ها	۲ -۱۲	۱۵ دقیقه
سوالات ۱ تا ۱۵ عمومی، سوالات ۱۶ تا ۲۵ اختصاصی براساس پیش‌آزمون	۱۳ -۱۶	۴۵ دقیقه
پاسخ‌گویی به کلیه‌ی سوالات به صورت گروهی است. بنابراین توصیه می‌شود پس از جمع‌بندی نهایی یکی از اعضای گروه مسؤلیت وارد کردن پاسخ‌ها در پاسخ‌برگ را داشته باشد.		
به ازای هر ۴ پاسخ اشتباه، امتیاز یک پاسخ صحیح از بین می‌رود.		

لیگ علمی پایا در قالب گروه‌های ۵ نفره در **پایه نهم** به صورت ترکیب علوم پایه و ریاضی برگزار می‌گردد.

این مرحله از لیگ علمی پایا شامل پیش‌آزمون، سوالات عمومی و سوالات پیش‌آزمون است.

۱) در قسمت اول آزمون هر کدام از اعضای گروه باید برگ پیش‌آزمون مربوط به خود را از دفترچه جدا نموده و به صورت انفرادی مطلب آموزشی (پیش‌آزمون) خود را در مدت زمان ۱۵ دقیقه مطالعه نمایند و به خاطر بسپارند.

۲) قسمت دوم آزمون، شامل ۱۵ سوال تستی ۵ گزینه‌ای از مطالب کتاب‌های درسی و منابع معرفی شده است که دانش‌آموزان به صورت گروهی به آن‌ها پاسخ می‌دهند.

۳) بخش سوم سوالات، شامل پاسخ‌گویی به ۱۰سوال تستی ۵ گزینه‌ای است که همه اعضای گروه به کمک هم و با استناد به مطالب آموزشی که در بخش قبل مطالعه کرده‌اند به آن‌ها پاسخ می‌دهند.

تذکر ۱. هر یک از اعضای گروه ملزم به مطالعه یکی از پیش‌آزمون‌ها می‌باشند و در غیر این صورت تخلف در آزمون محسوب می‌شود.

تذکر ۲. چنان‌چه گروهی ۴ نفره باشد یکی از اعضای گروه علاوه بر مطالعه پیش‌آزمون مربوط به خود مسؤلیت پیش‌آزمون ۵ را نیز بر عهده دارد.

تذکر ۳. چنان‌چه گروهی ۳ نفره باشد یکی از اعضای گروه می‌تواند مسؤلیت مطالعه پیش‌آزمون ۴ را برعهده بگیرد و گروه مجاز به مطالعه پیش‌آزمون ۵ نمی‌باشد.

تذکر ۴. هنگام پاسخ‌گویی به سؤالات، نیاز به جمع‌آوری پیش‌آزمون‌ها از دانش‌آموزان نمی‌باشد.

پیش‌آزمون ۱

بحث در ریشه‌های معادله‌ی درجه ۲

معادله‌ی $ax^2+bx+c=0$ را که در آن $a\neq 0$ و c,b,a اعداد حقیقی هستند در نظر می‌گیریم. چنین معادله‌ای یک معادله‌ی درجه دوم نامیده می‌شود. روش‌های مختلفی برای حل یک معادله‌ی درجه ۲ وجود دارد. معروف‌ترین روش برای حل معادله‌های درجه ۲ روش دلتا می‌باشد.

$$ax^2+bx+c=0 \Rightarrow x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}=0$$

$$(x+\frac{b}{2a})^2-\frac{b^2}{4a^2}+\frac{c}{a}=0 \Rightarrow (x+\frac{b}{2a})^2=\frac{b^2}{4a^2}-\frac{c}{a}$$

$$(x+\frac{b}{2a})^2=\frac{b^2-4ac}{4a^2} \Rightarrow x+\frac{b}{2a}=\pm\sqrt{\frac{b^2-4ac}{4a^2}}$$

$$\Rightarrow x=-\frac{b}{2a}\pm\frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

همان طور که روابط بالا نشان می‌دهند، جواب‌های این معادله عبارتند از:

$$\frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a} \quad \text{و} \quad \frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

به عبارت b^2-4ac که زیر رادیکال قرار می‌گیرد، دلتا گفته می‌شود و با حرف یونانی Δ که شبیه مثلث کوچک است، نشان داده می‌شود.

می‌دانیم که اگر عدد یا عبارت زیر رادیکال (جذر معمولی) منفی باشد، آن رادیکال جواب حقیقی ندارد. پس اگر $\Delta=b^2-4ac$ کوچک‌تر از صفر باشد، معادله‌ی درجه دوم فاقد ریشه‌های حقیقی است.

در صورتی‌که $\Delta=0$ باشد، معادله‌ی درجه دو فقط دارای یک ریشه حقیقی است که اصطلاحاً به آن ریشه‌ی مضاعف گفته می‌شود. در حقیقت علت این نام‌گذاری آن است که اگر هر دو جواب معادله‌ی درجه دوم را از روابط $\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ و $\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$ به‌دست آوریم، به $-\frac{b}{2a}$ می‌رسیم. در این‌جا منظور از واژه‌ی مضاعف، تکراری بودن ریشه‌هاست.

در حالتی که $\Delta>0$ باشد، معادله‌ی درجه دوم دارای دو ریشه‌ی حقیقی متمایز می‌باشد.

مثال۱: معادله‌ی $x^{۲}+۲x+۱۰=۰$ فاقد ریشه‌ی حقیقی است.

$$a=۱\,,\,b=۲\,,\,c=۱۰$$

$$\Delta=b^{۲}-۴ac=۲^{۲}-۴(۱)(۱۰)=۴-۴۰=-۳۶<۰\quad\Rightarrow\quad\Delta<۰$$

مثال۲: معادله‌ی $x^{۲}+۸x+۱۶=۰$ دارای ریشه‌ی مضاعف $x=-۴$ است.

$$a=۱\,,\,b=+۸\,,\,c=+۱۶$$

$$\Delta=b^{۲}-۴ac=۸^{۲}-۴(۱)(۱۶)=۶۴-۶۴=۰$$

$$x=\frac{-b}{۲a}=-\frac{+۸}{۲(۱)}=-\frac{۸}{۲}=-۴\Rightarrow x=-۴$$

مثال۳: معادله‌ی $۲x^{۲}-۵x+۳=۰$ دارای دو ریشه‌ی حقیقی متمایز است.

$$a=۲,b=-۵,c=+۳\Rightarrow\Delta=b^{۲}-۴ac=(-۵)^{۲}-۴(۲)(۳)=۲۵-۲۴=۱\Rightarrow\Delta=۱$$

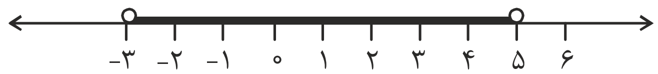
$$\Delta>۰\Rightarrow\begin{cases}x_{۱}=\dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{۲a}=\dfrac{+۵+\sqrt{۱}}{۴}=\dfrac{۳}{۲}\\[2mm] x_{۲}=\dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{۲a}=\dfrac{۵-\sqrt{۱}}{۴}=۱\end{cases}$$

پیش‌آزمون ۲

تعیین علامت چندجمله‌ای‌های درجه ۱

هنگامی‌که بحث تعیین علامت چندجمله‌ای‌ها پیش می‌آید، منظور پیدا کردن مقادیری از متغیر به‌کار رفته در چندجمله‌ای است که به ازای آن‌ها علامت چندجمله‌ای مثبت یا منفی می‌شود. قبل از این که بحث مربوط به تعیین علامت چندجمله‌ای‌ها را آغاز کنیم، لازم است تا در مورد بازه (فاصله) توضیحاتی را ارائه دهیم.

مجموعه‌ی $A=\{x|x\in\mathbb{R}\ ,\ -۳<x<۵\}$ را در نظر بگیرید. نمایش این مجموعه روی محور اعداد حقیقی به صورت زیر است:



به عبارت دیگر مجموعه‌ی A نشان دهنده‌ی آن دسته از اعداد حقیقی است که از (-۳) بزرگ‌تر و از $(+۵)$ کوچک‌ترند. روش دیگری نیز برای نشان دادن مجموعه‌ی A وجود دارد. طبق این روش می‌توان مجموعه‌ی A را به شکل $(-۳,۵)$ نیز نشان داد. در این روش از کروشه و پرانتز استفاده می‌شود. مثال‌های زیر کاربرد این روش را بهتر به شما نشان می‌دهند:

$B=\{x|x\in\mathbb{R}\ ,۲\leq x<۹\}\rightarrow[۲,۹)$

$C=\{x|x\in\mathbb{R}\ ,-۴<x\leq ۰\}\rightarrow(-۴,۰]$

$D=\{x|x\in\mathbb{R}\ ,-۵\leq x\leq ۱\}\rightarrow[-۵,۱]$

آیا می‌توانید با استفاده از این روش مجموعه‌های $E=\{x|x\in\mathbb{R}\ ,۴<x\leq ۱۸\}$ و $F=\{x|x\in\mathbb{R}\ ,۰<x<۲\}$ را مشخص کنید؟

حال فرض کنید که بخواهید مجموعه‌ی $M=\{x|x\in\mathbb{R}\ ,x\geq ۳\}$ را نشان دهید. چه می‌کنید؟

برای انجام این کار از نماد بی‌نهایت که با ∞ نشان داده می‌شود استفاده می‌کنیم. اگر بخواهیم M را به صورت بازه (فاصله) با استفاده از پرانتز و کروشه مشخص کنیم، می‌توانیم بنویسیم:

$M=[۳\ ,+\infty)$

به مثال‌های زیر توجه کنید:

$S=\{x|x\in\mathbb{R},x<-۲\}\rightarrow(-\infty,۲)$

$T=\{x|x\in\mathbb{R}\ ,x>-۴\}\rightarrow(-۴,+\infty)$

$U=\{x|x\in\mathbb{R}\ ,x\geq ۸\}\rightarrow[۸,+\infty)$

$L=\{x|x\in\mathbb{R}\ ,x<۵\}\rightarrow(-\infty,۵)$

اکنون به بحث تعیین علامت چندجمله‌ای‌های درجه ۱ می‌پردازیم.

هر چندجمله‌ای درجه ۱ از x را به‌صورت $P(x)=ax+b$ نشان می‌دهیم که در آن $a \neq ۰$ است. جدول زیر علامت $P(x)$ را نشان می‌دهد:

x		$-\frac{b}{a}$	
$P(x)$	مخالف علامت a	۰	موافق علامت a

معنی جدول بالا این است که به ازای $x=-\frac{b}{a}$ مقدار $P(x)$ برابر صفر می‌شود. در صورتی‌که $x>-\frac{b}{a}$ باشد، $P(x)$ همیشه هم‌علامت با a و در صورتی‌که $x<-\frac{b}{a}$ باشد، $P(x)$ همواره علامتی مخالف با علامت a خواهد داشت.

مثال ۱: عبارت $P(x)=۲x+۶$ را تعیین علامت کنید.

x		-۳	
$P(x)=۲x+۶$	$-$	۰	$+$

مخالف علامت ضریب x — هم علامت با ضریب x

جدول بالا نشان می‌دهد که وقتی $x>-۳$ باشد، $P(x)>۰$ و در صورتی‌که $x<-۳$ باشد، $P(x)<۰$ خواهد شد، به این معنی که اگر به جای x در عبارت $۲x+۶$ هر عدد بزرگ‌تر از (۳-) را قرار دهیم، حاصل همواره مثبت و اگر به جای x در عبارت $۲x+۶$ هر عدد کوچک‌تر از (۳-) را قرار دهیم، حاصل همیشه منفی خواهد شد.

مثال ۲: چندجمله‌ای $P(x)=-۴x+۱$ را تعیین علامت کنید.

x		$\frac{۱}{۴}$	
$P(x)=-۴x+۱$	$+$	۰	$-$

مخالف علامت ضریب x — هم علامت با ضریب x

با استفاده از تعیین علامت چندجمله‌ای‌ها می‌توان علامت برخی از عبات‌های گویا یا چندجمله‌ای‌های درجه‌های بالاتر را به‌دست آورد.

به مثال زیر توجه کنید.

x		-۴		۵	
$۲x+۸$	$-$	۰	$+$		$+$
$۳x-۱۵$	$-$		$-$	۰	$+$
$\frac{۲x+۸}{۳x-۱۵}$	$+$	۰	$-$	تعریف نشده	$+$

تمرین: جدول بالا را تفسیر کنید.

پیش‌آزمون ۳

تعیین علامت چندجمله‌ای‌های درجه دوم

اگر چندجمله‌ای درجه دوم $P(x)=ax^{2}+bx+c$ را در نظر بگیریم، منظور از تعیین علامت این چندجمله‌ای آن است که ببینیم به ازای چه مقدارهایی از x، چندجمله‌ای داده شده مثبت، منفی یا صفر می‌شود.

به عنوان مثال: چندجمله‌ای درجه دوم $P(x)=2x^{2}-3x+1$ را در نظر بگیرید. می‌توان نشان داد که وقتی $\frac{1}{2}<x<1$ باشد، $P(x)$ همواره منفی است. این گفته به آن معنی است که اگر هر عددی بین $\frac{1}{2}$ و ۱ به جای x در عبارت $2x^{2}-3x+1$ گذاشته شود، حاصل همواره منفی خواهد بود. اگر هم $x=\frac{1}{2}$ یا $x=1$ باشد، $P(x)=0$ خواهد شد. در سایر حالات نیز $P(x)$ مثبت خواهد بود.

برای تعیین علامت چندجمله‌ای‌های درجه دوم از دو روش می‌توان استفاده کرد:

۱- روش تجزیه

۲- جدول تعیین علامت چندجمله‌ای‌های درجه ۲

روش تجزیه:

استفاده از روش تجزیه موقعی قابل انجام است که چندجمله‌ای درجه دوم داده شده قابل تجزیه باشد. با استفاده از حاصل‌ضرب علامت‌های چندجمله‌ای‌های درجه اولی که از حاصل‌ضرب آن‌ها چندجمله‌ای درجه۲ به‌دست می‌آید، می‌توان عمل تعیین علامت را انجام داد. برای این منظور می‌توانید از هم‌گروهی خود که پیش آزمون ۲ را خوانده است، کمک بگیرید.

روش استفاده از جدول تعیین علامت چندجمله‌ای‌های درجه۲:

با توجه به مقدار دلتا (که در پیش آزمون ۱ در مورد آن توضیح داده شده است) و ضریب x^{2} می‌توان عمل تعیین علامت را انجام داد.

الف) $\Delta<0$: در این صورت علامت چندجمله‌ای درجه ۲ همواره با علامت ضریب x^{2} یکی خواهد بود، به عبارت دیگر، در این صورت چندجمله‌ای درجه دوم داده شده یا همیشه مثبت است یا همیشه منفی (به ازای کلیه‌ی مقادیر داده شده برای x).

به عنوان مثال: اگر در چندجمله‌ای درجه دوم $x^{2}+x+1$ به جای x هر عدد حقیقی را قرار دهید، حاصل قطعاً عددی مثبت خواهد شد و در چندجمله‌ای $-2x^{2}+5x-10$ حاصل همواره منفی خواهد بود. جالب این‌جاست که در این حالت هیچ‌گاه به جواب صفر هم نمی‌رسیم.

ب) $\Delta = 0$: در این صورت چندجمله‌ای $P(x)=ax^2+bx+c$ به ازای $x=-\frac{b}{2a}$ برابر صفر می‌شود و به ازای سایر مقادیر x هم‌علامت با a (یعنی ضریب x^2) می‌شود.

پ) $\Delta > 0$: در این صورت $P(x)=ax^2+bx+c$ به ازای $x=\frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ و $x=\frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ مساوی صفر می‌شود.

علامت $P(x)$ در این حالت مطابق جدول زیر خواهد بود:

ریشه‌ی کوچک‌تر $P(x)$ (x_1)

ریشه‌ی بزرگ‌تر $P(x)$ (x_2)

x		x_1		x_2	
$P(x)=ax^2+bx+c$	موافق علامت a	۰	مخالف علامت a	۰	موافق علامت a

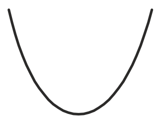
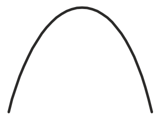
تمرین: جدول بالا را تفسیر کرده و آن را در مورد چندجمله‌ای درجه دوم $2x^2-5x+3$ انجام دهید.

پیش‌آزمون ۴

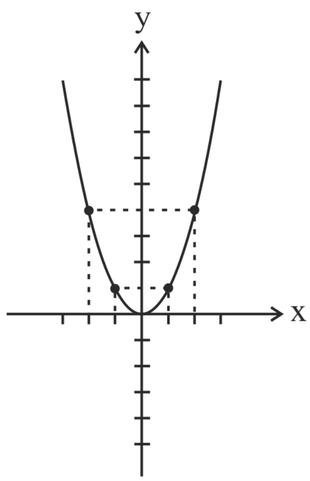
سهمی

می‌دانید که معادله‌ی یک خط راست در صفحه‌ی مختصات به‌صورت $y = ax + b$ است که در آن a و b به‌ترتیب شیب و عرض از مبدأ خط هستند. برای رسم نمودار یک خط راست نیز کافی است مختصات دو نقطه از آن را داشته باشیم.

سهمی نموداری است که در آن رابطه‌ی بین x و y به صورت خطی نیست.

معادله‌ی یک سهمی به صورت $y = ax^۲ + bx + c$ است. اگر نمودار یک سهمی را در دستگاه مختصات رسم کنیم، نمودار به شکل  یا  خواهد شد. برای این که بتوانیم معادله‌ی یک سهمی را به‌دست آوریم، حداقل به مختصات سه نقطه از سهمی نیاز داریم.

شکل زیر نمودار ساده‌ترین سهمی یعنی $y = x^۲$ را نشان می‌دهد:



همان‌طور که مشاهده می‌شود، نمودار یک سهمی دیگر به شکل یک خط راست نیست و حالت منحنی مانندی دارد.

در مورد یک سهمی به چند اصطلاح باید توجه داشت:

۱- نقطه‌ی مینیمم یا ماکزیمم سهمی: منظور از نقطه‌ی مینیمم یک سهمی نقطه‌ای است که نمودار سهمی از آن پایین‌تر نمی‌رود. و نقطه‌ی ماکزیمم سهمی نیز نقطه‌ای است که نمودار سهمی از آن بالاتر نمی‌آید. سوالی که این‌جا پیش می‌آید، این است که از کجا بفهمیم که یک سهمی چه وقت دارای مینیمم و چه موقع دارای ماکزیمم است؟

برای پاسخ به این پرسش باید به علامت ضریب a در معادله‌ی سهمی یعنی $y = ax^۲ + bx + c$ توجه کرد.

اگر $a > ۰$ باشد، سهمی دارای مینیمم و در صورتی‌که $a < ۰$ باشد، سهمی دارای ماکزیمم است.

برای پیدا کردن مختصات نقطه‌ی مینیمم یا ماکزیمم سهمی کافی است به جای x مقدار $\frac{-b}{2a}$ را قرار دهید تا مقدار y به‌دست آید.

مثال: مختصات مینیمم سهمی $y=2x^2-8x+1$ را به‌دست آورید.

حل:

$$a=2\ ,\ b=-8,\ c=+1$$

$$x=-\frac{b}{2a}=-\frac{-8}{4}=2\Rightarrow y=2(2)^2-8(2)+1=8-16+1=-7$$

پس مختصات نقطه‌ی مینیمم این سهمی عبارت است از: $\begin{bmatrix} 2 \\ -7 \end{bmatrix}$

۲- محور تقارن سهمی: منظور از محور تقارن سهمی خطی است که از نقطه‌ی مینیمم یا ماکزیمم سهمی می‌گذرد و آن را به دو قسمت مساوی و متقارن (نسبت به خط) تقسیم می‌کند. معادله‌ی محور تقارن سهمی $y=ax^2+bx+c$ عبارت است از $x=-\frac{b}{2a}$.

مثال: معادله‌ی محور تقارن سهمی $y=5x^2-6x+4$ را به‌دست آورید.

حل:

$$a=5\ ,\ b=-6\ \ ,\ c=+4$$

$$x=-\frac{b}{2a}=\frac{6}{10}=\frac{3}{5}\Rightarrow x=\frac{3}{5}$$

پیش‌آزمون ۵

معادله‌های مکان و سرعت در حرکت روی خط مستقیم با شتاب ثابت

متحرکی را در نظر بگیرید که روی یک خط مستقیم با شتاب ثابت در حال حرکت است. از درس علوم خود با مفهوم شتاب آشنایی دارید. طبق تعریف، شتاب عبارت است از تغییرات سرعت در واحد زمان و واحدش متر بر مجذور ثانیه $(\frac{m}{s^۲})$ است. شتاب و سرعت هر دو کمیت‌هایی هستند که علاوه بر مقدار دارای جهت نیز هستند و از این رو به آن‌ها کمیت‌های برداری گفته می‌شود. شتاب را با a نشان می‌دهیم. در صورتی که حرکت جسمی مرتباً تندتر شود و سرعت آن با گذشت زمان بیشتر شود، می‌گوییم که حرکت تند شونده بوده و در نتیجه شتاب حرکت آن مثبت خواهد بود اما اگر سرعت جسم مرتباً با گذشت زمان کاهش یابد، می‌گوییم که حرکت کندشونده بوده و $a < ۰$ خواهد بود.

البته باید به این نکته توجه داشت که الزاماً بردار شتاب یک متحرک با جهت حرکت آن یکسان نیست.

به عنوان مثال: متحرکی را در نظر بگیرید که با سرعت $۲۰\frac{m}{s}$ در جهت مثبت محور xها در حال حرکت است. ناگهان این متحرک سرعتش را کم می‌کند. اگر چه جهت حرکت این متحرک تا لحظه‌ی توقف، همچنان در جهت مثبت محور x هاست، اما شتابش در خلاف جهت محور x هاست.

می‌توان نشان داد که مکان یک جسم متحرک که روی محور xها با شتاب ثابت a در حال حرکت است، از رابطه‌ی زیر به‌دست می‌آید:

$$x = \frac{۱}{۲}at^۲ + V_۰t + x_۰$$

در رابطه‌ی بالا x نشان دهنده‌ی مکان متحرک (برحسب m)، t زمان (برحسب ثانیه)، $V_۰$ سرعت اولیه (برحسب $\frac{m}{s}$ در زمان $t = ۰$) و $x_۰$ مکان اولیه‌ی متحرک (بر حسب متر در لحظه‌ی $t = ۰$) هستند.

همچنین معادله‌ی سرعت متحرک بر حسب زمان نیز از رابطه‌ی زیر به‌دست می‌آید:

$$V = at + V_۰$$

سوالات عمومی

۱. یک ماشین مرکب از سه ماشین با بازده‌های ٪۲۰، ٪۸۰ و ٪۵۰ ساخته شده است. بازده این ماشین مرکب چند درصد است؟

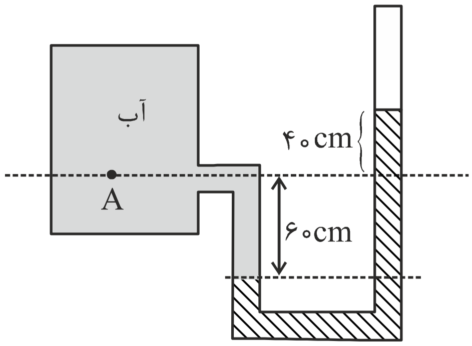
۱) ۲۰ ۲) ۸۰ ۳) ۵۰
۴) ۸ ۵) ۱۶

۲. در شکل زیر اختلاف فشار نقطه‌ی A و فشار هوا چند کیلو پاسکال است؟ (قسمت هاشورخورده جیوه است.)

$\rho_{\text{جیوه}} = ۱۳/۶ \frac{g}{cm^3}$

$\rho_{\text{آب}} = ۱ \frac{g}{cm^3}$

$g = ۱۰ \frac{N}{kg}$

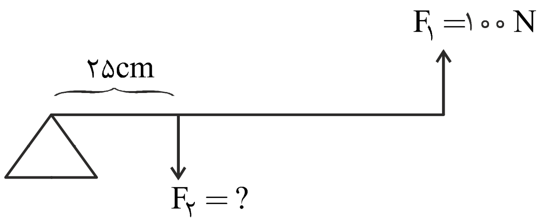


۱) ۱۳/۶
۲) ۱۳۶
۳) ۱۳۰
۴) ۶۰
۵) هیچ‌کدام

۳. برآیند دو نیروی 8N و 5N کدام‌یک از نیروهای زیر نمی‌تواند باشد؟

۱) 7N ۲) 3N ۳) 12N
۴) $\sqrt{108}$N ۵) 2N

۴. انتهای میله‌ی یکنواختی به طول ۲ متر و وزن 30N روی یک تکیه‌گاه قرار دارد. نیروی F_1 که اندازه‌ی آن ۱۰۰ نیوتن است، به انتهای آزاد میله وارد می‌شود. نیروی F_2 چند نیوتن باشد تا میله سر جای خود ثابت بماند؟ (نیروهای F_1 و F_2 بر میله عمودند.)

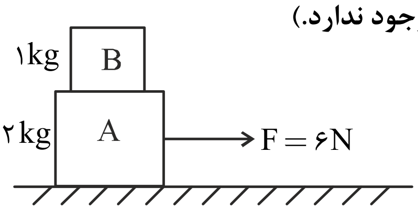


۱) ۸
۲) ۴۵
۳) ۱۲۵
۴) ۶۸۰
۵) ۱۷۰

۵. بردار سرعت متحرکی که در صفحه‌ی $x-y$ حرکت می‌کند، در مدت پنج ثانیه از $\vec{V}_1 = 2\vec{i} - 5\vec{j}$ به $\vec{V}_2 = 17\vec{i} + 10\vec{j}$ (در SI) می‌رسد. اندازه‌ی شتاب متوسط چند متر بر مجذور ثانیه است؟

۱) $3\sqrt{2}$ ۲) $5\sqrt{2}$ ۳) ۳
۴) ۵ ۵) $\sqrt{3}$

۶. در شکل زیر اگر در ضمن حرکت روی سطح افقی، وزنه‌ی B روی وزنه‌ی A نلغزد، نیروی اصطکاک بین دو وزنه چند نیوتن است؟ $(g = 10\frac{N}{kg})$ (بین وزنه‌ی A و سطح افقی اصطکاکی وجود ندارد.)



۱) صفر ۲) ۲
۳) ۳ ۴) ۶
۵) ۸

۷. واکنش شیمیایی کدام‌یک از فلزهای زیر با آب سرد شدیدتر از بقیه است؟

۱) $_{3}Li$
۲) $_{12}Mg$
۳) $_{11}Na$
۴) $_{19}K$
۵) $_{20}Ca$

۸. کدام گزینه یک پلیمر نیست؟

۱) سلولز
۲) ساکارز
۳) پنبه
۴) ابریشم
۵) پلاستیک

۹. فرض کنیم بازده واکنش شیمیایی زیر ٪۶۰ باشد. واکنش موازنه نشده است.

$$CH_3OH + O_2 \longrightarrow CO_2 + H_2O$$

برای تولید ۱۰ مولکول CO_2 چند مولکول اکسیژن لازم است؟

۱) ۱۵
۲) ۹
۳) ۱۸
۴) ۳۰
۵) ۲۵

۱۰. در هر مولکول اوکتان در مجموع چند پیوند شیمیایی دیده می‌شود؟

۱) ۲۴
۲) ۱۸
۳) ۲۵
۴) ۲۰
۵) ۲۲

۱۱. m عددی طبیعی است. اگر دستگاه معادلات $\begin{cases} 13x + 11y = 700 \\ y = mx - 1 \end{cases}$ جواب صحیح داشته باشد، مقدار m کدام‌یک از گزینه‌های زیر می‌تواند باشد؟

۱) ۴
۲) ۵
۳) ۶
۴) ۷
۵) ۸

۱۲. بزرگ‌ترین مقسوم‌علیه مشترک دو عدد $n^2 + 2n + 5$ و $n^3 - 5n^2 + 6n - 20$ وقتی $n \in \mathbb{Z}$ کدام گزینه نمی‌تواند باشد؟

۱) ۱
۲) ۲
۳) ۳
۴) ۴
۵) ۵

۱۳. فرض کنید a، b و c عددهایی حقیقی باشند که در رابطه‌های $a - 7b + 8c = 4$ و $8a + 4b - c = 7$ صدق می‌کنند. مقدار $a^2 - b^2 + c^2$ برابر است با:

۱) صفر
۲) یک
۳) چهار
۴) هفت
۵) هشت

۱۴. در چند زیر مجموعه‌ی ده عضوی از مجموعه‌ی $A = \{1, 2, 3, ..., 20\}$ تفاضل هیچ دو عضوی برابر ۵ نیست؟

۱) صفر
۲) ۲۴۳
۳) ۲۵۶
۴) ۱۰۰۰
۵) ۱۰۲۴

۱۵. x، y و z اعداد حقیقی و مثبت‌اند و داریم $x(y+z) = 152$، $y(z+x) = 162$ و $z(x+y) = 170$ مقدار xyz کدام است؟

۱) ۶۷۲
۲) ۶۸۸
۳) ۷۰۴
۴) ۷۲۰
۵) ۷۵۰

۱۶. معادله‌ی حرکت پنج متحرک در SI در گزینه‌های زیر داده شده است. در کدام گزینه هیچ‌گاه جهت حرکت تغییر نمی‌کند؟

۱) $x = 2t^2 - 8t$ ۲) $x = t^2 + 4t - 3$ ۳) $x = -\sqrt{6}t^2 + t$

۴) $x = -10t^2 + 5t - 30$ ۵) $x = t^2 - 12t$

۱۷. به ازای کدام دسته از مقادیر m نمودار سهمی $y = (m-1)x^2 - 4x + 2$ دارای مینیمم است و هیچ‌گاه محور x ها را قطع نمی‌کند؟

۱) $(1, 3)$ ۲) $[2, 5)$ ۳) $[-3, 1]$

۴) $(-\infty, 1)$ ۵) $(3, +\infty)$

۱۸. نمودار سهمی $y = (k+1)x^2 + (2k-1)x - 6$ در نقطه‌ای به طول (۲-) بر محور x ها مماس است. این سهمی از کدام یک از نقطه‌های زیر می‌گذرد؟

۱) $\begin{bmatrix} 0 \\ 3 \end{bmatrix}$ ۲) $\begin{bmatrix} 8 \\ 132 \end{bmatrix}$ ۳) $\begin{bmatrix} -8 \\ -213 \end{bmatrix}$

۴) $\begin{bmatrix} 10 \\ -216 \end{bmatrix}$ ۵) $\begin{bmatrix} -10 \\ -194 \end{bmatrix}$

۱۹. مجموعه جواب نامعادله‌ی $\left|\frac{x-2}{2x+1}\right| < 1$ به کدام صورت است؟

۱) $(-3, -\frac{1}{2}) \cup (-\frac{1}{2}, \frac{1}{3})$ ۲) $(-2, -\frac{1}{2}) \cup (-\frac{1}{2}, 1)$ ۳) $(-3, -\frac{1}{2})$

۴) $(-\frac{1}{2}, \frac{1}{3})$ ۵) هیچ‌کدام

۲۰. معادله‌ی سرعت ـ زمان جسمی در SI به صورت $V = \frac{5t-3}{-2t+4}$ است. در کدام بازه‌ی زمانی جسم در جهت مثبت محور x ها حرکت می‌کند؟

۱) $(0, \frac{1}{2})$ ۲) $(\sqrt{8}, \sqrt{20})$ ۳) $(1, \frac{3}{2})$

۴) $(\frac{3}{5}, 4)$ ۵) این جسم همیشه در جهت مثبت محور x ها حرکت می‌کند.

- معادله‌ی سرعت یک جسم در SI برحسب زمان از رابطه‌ی $V = -2t^2 - 5t + (m-2)$ به‌دست می‌آید. جسم در لحظه‌ی $t = 0$ در مکان $x = -3m$ قرار دارد. با توجه به این مطالب به سوال‌های ۲۱ و ۲۲ پاسخ دهید:

۲۱. به ازای چه مقادیری از m جهت حرکت جسم همواره در خلاف جهت مثبت محور x ها خواهد بود؟

۱) $m > -\frac{3}{2}$ ۲) $m < -\frac{9}{8}$ ۳) $m > \frac{4}{7}$

۴) $m < \frac{12}{5}$ ۵) $m \le \frac{10}{4}$

۲۲.اگر حداکثر قدرمطلق سرعت این متحرک برابر با $20\frac{m}{s}$ باشد، مقدار m کدام است؟ (زمان حرکت را برابر با ۱۰ ثانیه در نظر بگیرید و فرض کنید که جسم در جهت منفی محور xها حرکت می‌کند.)

۱) ۴
۲) ۲۰۴-
۳) ۱۷۶-
۴) ۲۳۲
۵) هیچ‌کدام

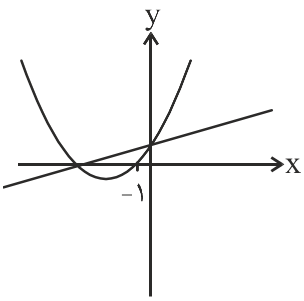
۲۳. معادله‌ی درجه دومی که ریشه‌هایش قرینه و معکوس ریشه‌های معادله‌ی $3x^2+5x-10=0$ باشند، کدام است؟

۱) $10y^2-5y-3=0$
۲) $5y^2-10y-3=0$
۳) $10y^2+5y-3=0$
۴) $5y^2+10y-3=0$
۵) $3y^2-5y+10=0$

۲۴. حاصل‌ضرب ریشه‌های حقیقی و متمایز معادله‌ی $x^2+4x+3=\sqrt{x^2+4x+5}$ کدام است؟

۱) ۲-
۲) ۱
۳) ۲
۴) ۴
۵) $-\frac{1}{2}$

۲۵. در شکل زیر سهمی $y=ax^2+bx+c$ را (که a، b و c دو به دو متمایزند) همراه با یک خط رسم کرده‌ایم. طول از مبدأ و عرض از مبدأ خط، نقاط برخورد سهمی با محورهای مختصات هستند. معادله‌ی خط کدام است؟



۱) $y=bx+c$
۲) $y=cx+b$
۳) $y=ax+b$
۴) $y=ax+c$
۵) $y=cx+a$

پیام بسیار مهم